

하방위험을 고려한 포트폴리오 성과 평가

김 봉 준*

〈요 약〉

본 연구는 변동성(mean preserving spread)으로 정의되는 위험에 대한 정의를 세분화하여 하방위험과 상방위험으로 나눈 후 상대적 비율을 이용한 위험조정 성과지표를 제시하고 이를 국내 코스피 시장을 대상으로 실증하였다. 분석 결과는 다음과 같다.

첫째, Shapiro-Wilk 검정 결과 국내 유가증권시장에 상장된 종목의 약 80%가 정규분포를 기각하였다. 반면 고차 적률 위험을 잘 포착한다고 알려져 있는 NIG(normal-inverse Gaussian) 분포를 사용할 경우 기각율이 2% 대로 감소하였다. 둘째, 성과지표 추정치와 종목별 기초통계량과의 횡단면 상관계수를 분석한 결과 대부분의 성과지표가 평균수익률 및 왜도와 양의 상관계수를, 첨도와 음의 상관계수를 발견하였으며 이는 절대적 위험회피형(decreasing absolute risk aversion) 투자자의 위험선호성향과 일치하였다. 셋째, 독립 동일 분포 가정 하에서 성과지표별 모멘텀 효과의 존재 여부를 진단한 결과 일별수익률 기준에서 성과지표가 높을수록 평균손실률이 감소하는 현상을 발견하였으며 이를 이용한 무비용 포트폴리오가 시장지수 대비 높은 위험조정 초과성적을 발견하였다.

전술한 결과로부터 평균-분산 기준을 넘어서 보다 일반적인 성과지표를 개발할 필요가 있으며 이는 금융시장의 참여자에게 포트폴리오의 위험 대비 성과에 대해 보다 정확한 정보를 제공함으로써 금융시장의 효율성 제고에 기여할 것이다.

주제어 : 성과지표, 일반적샤프비율, 모멘텀, NIG 분포, 고차 적률

I. 서 론

Markowitz(1952)가 기대효용이론에 입각한 포트폴리오 이론(modern portfolio theory, 이하 MPT)을 제시한 이후 이의 이론적 가정에 대한 의문이 제기되었다. 즉 현실의 금융자산은 정규분포에 비해 높은 비대칭성과 첨도 위험을 내포하며(Fama, 1965), 재무 행태적으로 현실의 투자자들은 MPS(mean preserving spread) 개념의 변동성보다 손실위험을 회피하려는 성향(loss aversion)을 보인다(Kahneman and Tversky, 1979). 따라서 이러한 실증 결과와 부합하면서 MPT를 포괄할 수 있는 일반적인 포트폴리오 이론(post modern portfolio theory, 이하 PMPT)을 개발할 필요성이 대두되었다.

본 연구는 MPT에 입각한 위험 조정 성과지표가 간과하는 세 가지 위험에 주목한다. 첫째, 포트폴리오의 하방위험(lower partial moment)이다. 하방위험은 포트폴리오의 실현수익률이 투자자가 주관적으로 설정한 최저요구수익률(minimum acceptable return, 이하 MAR)에 미달할 가능성으로 정의된다. 손실회피적 투자자들은 이익의 가능성을 선호하지만 손실의 가능성을 동등한 정도의 이익의 가능성보다 더욱 회피하려는 비대칭적 성향을 보인다. 이에 변동성 중 하방위험만을 위험으로 정의한 다양한 성과지표가 개발되었다. Sortino and Price(1994)의 솔티노 비율(Sortino ratio), Shadwick and Keating(2002)의 오메가 비율(omega ratio), Kaplan and Knowles(2004)의 카파비율(kappa measure) 등이 이에 해당한다. 둘째, 하방위험의 특별한 경우로서 극단적 하방 위험(downside tail risk)을 들 수 있다. 손실회피성향이 더욱 큰 투자자는 발생가능성이 희박하더라도 발생할 경우 심각한 손실을 초래할 수 있는 위험을 적극적으로 인식하려는 성향을 가진다. 이러한 위험은 VaR(Value at Risk)로 측정할 수 있으며 이는 분포의 하방 유의수준(β)에 해당하는 손실액 또는 손실률로 정의된다. Rachev et al.(2007)는 조건부 VaR(CVaR) 모형을 통해 하방 유의수준(β)에 해당하는 수익률 구간에서의 손실의 기댓값(expected shortfall)을 위험지표로 하는 성과지표를 제시하였다. 셋째, 전술한 모형은 행태론적 관점에서 의의가 있으나 기대효용이론에 근거하지 않음으로써 학계로부터 인정을 받지 못하고 있다. 이에 Zakamouline and Koekebakker(2009)는 기대효용이론에서 출발하여 고차 적률 위험을 고려할 수 있는 일반적 샤프비율(generalized Sharpe ratio, 이하 GSR)을 개발하였다.

한편 PMPT 성과지표를 적용하기 위해서는 금융자산의 고차 적률 위험을 잘 포착할 수 있는 확률밀도함수를 가정해야 한다. 이를 위해 본 연구는 Barndorff-Nielsen(1977)의 NIG 분포(normal-inverse Gaussian distribution)를 적용하였다. NIG 분포는 보다 일반적 분포인 GH(generalised hyperbolic distribution) 분포의 특별한 경우로서 고차적률 위험이

큰 분포를 잘 근사하다고 알려져 있다(Barndorff-Nielsen, 1995, 1998). 특히 분포의 모수와 적률 사이에 해석적 관계식이 존재하므로 이를 통해 하방위험을 쉽게 추정할 수 있고 성과지표를 적률의 함수로 표현할 수 있다는 장점이 있다(Karlis, 2002).

본 연구의 목적은 국내 유가증권(KOSPI) 시장을 대상으로 전술한 PMPT에 기반한 성과지표를 추정하고 이를 MPT에 기반한 성과지표와 비교하는 것이다. 또한 전술한 성과지표를 이용한 포트폴리오의 성과를 추정함으로써 국내 금융시장에 성과지표의 모멘텀이 존재하는 지를 진단해 보고자 한다. 논지의 전개 순서는 다음과 같다. 제II장에서는 선행 연구로부터 하방 위험과 고차 적률을 이용한 성과지표를 소개하고 제III장에서는 실증을 위해 선택한 성과지표의 형태를 제시하고 이를 이용한 모멘텀 투자전략에 대해 설명한다. 제IV장에서는 실증 분석에 사용한 자료에 대해 설명하고 제V장에서는 실증 결과 및 분석 결과를 제시하고 제VI장에서 결론을 맺는다.

II. 선행 연구

금융 자산의 수익률 분포가 갖는 고차 적률적 특성에 대한 관심이 제고됨에 따라 이에 대한 다양한 이론적 및 실증적 연구가 진행되었다. 먼저 Rubinstein(1973)과 Kraus and Litzenberger(1976, 1983)는 금융자산의 가격결정요인으로으로서 시장포트폴리오와의 공분산(co-variance) 외에 공왜도(co-skewness)가 추가된 모형을 제시하였다. Harvey and Siddique (2000)는 조건부 왜도(conditional skewness)에 착안하여 체계적 위험요인으로 시장포트폴리오와의 조건부 공왜도(conditional co-skewness)가 추가된 모형을 제시하였다. 또한 Dittmar(2002)는 대표적 투자자의 오일러 등식으로부터 비선형 확률할인요소(stochastic discount factor)를 도출하고 이에 Kimball(1993)의 decreasing absolute prudence 개념을 적용하여 침도 위험에 대한 회피 성향을 갖는 확률할인요소를 제시하였다.

성과지표와 관련하여 샤프비율은 Markowitz(1952)의 평균-분산 이론에 기초한 위험조정 성과지표로서 실무와 학계에서 광범위하게 사용되고 있다. 그러나 수익률이 정규분포를 따르지 아니할 경우 샤프비율의 사용은 잘못된 결과를 초래할 수 있다. Hodges(1998)는 샤프비율이 상방위험에 해당하는 양의 왜도와 반비례하는 사례를 제시하였으며 Spurgin (2001)은 고차 적률 위험이 큰 헤지펀드의 경우 샤프비율이 펀드매니저에 의해 조작될 위험이 있음을 보고하였다. 이후 성과지표를 개선하기 위한 다양한 노력이 이루어졌으며 이 중 대표적 연구를 소개하면 다음과 같다.

Roy(1952)는 샤프비율에서 무위험수익률을 투자자의 최저요구수익률(threshold return)로

대체하고 샤프비율의 역수를 최소화하는 모형을 제시하였다. 이는 이후 안전성 우선의 원칙(safety first rule)이라고 불리며 후속 연구를 촉발하였다. Fishburn(1977)은 α - t 모형을 통해 투자자의 최저 요구수익률(t)에 따른 하방위험을 정의하고 이를 계량화한 하방적률(lower partial moment)을 위험지표로 사용하였다. Sortino and Price(1994)는 샤프비율에서 분산 대신 하방위험의 분산(semi-variance)을 사용하였고 Stutzer(2000)는 대상자산의 실현수익률이 투자자의 최저요구수익률에 미달할 확률을 최소화하는 성과지표(Stutzer index)를 제시하였다. Shadwick and Keating(2002)은 상방위험의 확률을 하방위험의 확률로 나눈 오메가 비율(omega ratio)을 제시하였고 Kaplan and Knowles(2004)는 하방적률을 이용하여 Sortino 비율과 오메가 비율을 일반화한 카파비율(kappa measure)을 제시하였다. 이 경우 카파는 투자자의 최저요구수익률(t) 대비 대상자산의 초과기대수익률을 차수(α)별 하방적률로 나눈 것이다. 한편 손실회피성향이 보다 강한 투자자는 극단적 하방위험을 자신이 직면한 위험으로 인식하는 경향이 있다. 이에 Rachev et al.(2007)는 조건부 VaR(CVaR) 모형을 통해 하방 유의수준(β)에 해당하는 수익률 구간에서의 손실의 기댓값(expected shortfall)을 위험지표로 하는 성과지표를 제시하였다.

전술한 성과지표들은 행태론적 관점에서 실무적 목적으로 개발되었다는 공통점을 가지며 기대효용이론에 기초하지 않음으로써 이론적 배경이 약하다는 지적을 받는다. 이에 Zakamouline and Koekebakker(2009)는 기대효용이론에 기초하면서도 분포함수의 고차적률을 고려할 수 있는 일반적인 샤프비율(GSR)을 제시하였다. 그들은 샤프비율이 GSR의 특별한 경우임을 보였으며 CARA 계열의 부의 지수 효용함수를 가정할 경우 기대효용을 극대화하는 GSR의 형태를 비모수적 모형과 모수적 모형으로 나누어 제시하였다.

PMPT 성과지표와 관련된 국내 연구로서 지금까지 개발된 성과지표를 종합적으로 비교분석한 연구는 본 연구가 처음이다. 개별적 연구로서 VaR을 이용한 포트폴리오 최적화와 관련된 연구가 다수 존재하였고 GSR을 이용한 연구가 최근 진행되었다. 형남원, 한규숙(2007)은 투자자산이 두터운 꼬리위험을 갖고 투자자가 극단적인 위험을 회피하려는 성향(limited downside risk)을 가질 경우 기대효용 극대화를 위해서는 평균-분산 모형보다 평균-VaR 모형이 적합하다고 주장하였다. 또한 구분일 외 2인(2009)은 효율적 프론티어와 확실성 등가를 통해 평균-분산 기준과 평균-VaR 기준을 비교한 결과 위험회피도가 큰 투자자일수록 평균-VaR 기준에서의 효용 및 확실성등가가 더 크게 나타남을 보고하였다. 김봉준, 전두배(2019)는 국내 주식과 펀드가 높은 고차 적률 위험을 내포함을 보였으며 이로부터 1~4차까지의 적률로 구성된 GSR을 추정하고 이를 기존의 성과지표와 비교하였다.

본 연구는 김봉준, 전두배(2019)의 후속 연구로서 본 연구가 갖는 차별성은 다음과 같다.

첫째, 김봉준과 전두배(2019)의 연구는 GSR에 국한한 연구이지만 본 연구는 MPT와 PMPT에 기반한 모든 성과지표를 추정하고 실증분석하였다. 둘째 김봉준과 전두배(2019)의 연구는 국내 주식형 펀드의 성과를 추정하였으나 본 연구는 코스피 시장에 상장된 상장폐지를 포함한 모든 종목의 성과를 추정하였다. 셋째, 종목별 성과지표를 이용하여 무비용 모멘텀 포트폴리오를 구축하고 이의 성과를 추정함으로써 성과지표의 사후적 타당성을 실증하였다.

Ⅲ. 모 형

1. 전통적 성과지표

Sharpe(1964)는 Markowitz(1952)의 평균-분산 이론에 기초한 성과지표를 처음으로 제시하였다. 샤프비율(SR)은 포트폴리오의 초과기대수익률을 표준편차로 나눈 값으로서 다음과 같다.

$$SR_p = \frac{E(R_p) - R_f}{\sigma_p} \quad (1)$$

트레이너지수(TR)는 포트폴리오의 초과기대수익률을 시장포트폴리오 수익률에 대한 민감도(β)로 나눈 값이다(Treynor and Black, 1973).

$$TR_p = \frac{E(R_p) - R_f}{\beta_p} \quad (2)$$

젠센의 알파(JA)는 수익률 생성 모형으로서 시장지수 모형을 가정하였을 때의 절편 추정치이다.

$$JA_p = (E(R_p) - R_f) - \beta_p(E(R_m) - R_f) \quad (3)$$

정보비율(IR)은 젠센의 알파(JA)를 시장지수 모형의 표준오차로 나눈 값이다.

$$IR_p = \frac{JA_p}{\sigma(\epsilon_m)} \quad (4)$$

JAFF3는 켄센의 알파(JA)의 응용으로서 Fama and French(1992)의 3요인 모형(이하 FF3)을 가정하였을 때의 절편추정치로서 다음과 같다.

$$JAFF3_p = (E(R_p) - R_f) - \beta_{p,m}(E(R_m) - R_f) - \beta_{p,SMB}E(R_{SMB}) - \beta_{p,HML}E(R_{HML}) \quad (5)$$

마찬가지로 정보비율(IRFF3)은 FF3모형에 의한 켄센의 알파(JAFF3)를 표준오차로 나눈 값이다.

$$IRFF3_p = \frac{JAFF3_p}{\sigma(\epsilon_{FF3})} \quad (6)$$

2. 현대적 성과지표

현대적 포트폴리오 이론(PMPT)에 기반한 위험조정 성과지표들은 포트폴리오의 위험을 충분히 반영할 수 있는 분포함수를 먼저 추정한 후 이를 이용하여 다양한 위험조정 성과지표를 개발하였다. 이 중 대표적인 모형을 소개하면 다음과 같다.

1) 하방 적률을 이용한 성과지표

Shadwick and Keating(2002)이 제시한 오메가 비율(omega ratio, OMR)은 다음과 같다.

$$OMR = \frac{\int_{\tau}^{\infty} (1 - F(r)) dr}{\int_{-\infty}^{\tau} F(r) dr} \quad (7)$$

여기서 τ 는 상방위험과 하방위험을 나누는 기준수익률이고 $F(r)$ 은 수익률의 분포함수이다. 분자는 상방위험에 대한 측도로서 '1-분포함수'의 이익구간에서의 확률가중평균이고 분모는 하방위험에 대한 측도로서 손실구간에서의 확률가중평균이다. 경제적으로 분자는 이익의 가능성(likelihood of gain)을 의미하고 분모는 손실의 가능성(likelihood of loss)을 의미한다. Shadwick and Keating(2002)은 OMR을 극대화하는 것이 '손실 가능성 대비 이익 가능성'을 극대화하는 것으로서 분포함수가 갖는 모든 차수의 적률을 고려함으로써 유한한 표준편차를 가정하는 샤프비율보다 일반적인 위험-성과 비율(risk-reward ratio)에 해당한다고 주장하였다.

Sortino and Price(1994)가 제시한 성과지표(Sortino ratio, STR1)는 다음과 같다.

$$STR1(\tau) = \frac{E(r) - \tau}{\sqrt{LPM_2(\tau)}}, \text{ where } LPM_2(\tau) = \int_{-\infty}^{\tau} (\tau - r)^2 f(r) dr \quad (8)$$

여기서 τ 는 투자자가 해당 포트폴리오에 대해 요구하는 최소수익률(MAR)로서 상방위험(이익)과 하방위험(손실)을 나누는 기준수익률(threshold return)이다. 식 (8)로부터 STR1은 포트폴리오의 초과기대수익률을 확률밀도함수($f(r)$)를 이용하여 구한 하방위험의 표준편차로 나눈 것이다.

Kaplan and Knowles(2004)가 제시한 카파비율(kappa measure, KAR)은 OMR과 STR을 일반화한 지표로서 다음과 같이 정의된다.¹⁾

$$KAR_n(\tau) = \frac{E(r) - \tau}{\sqrt[n]{LPM_n(\tau)}}, \text{ where } LPM_n(\tau) = \int_{-\infty}^{\tau} (\tau - r)^n f(r) dr \quad (9)$$

여기서 LPM은 최저요구수익률(τ) 대비 손실률의 차수(n)별 적률을 손실 구간에서의 확률로 적분한 것이다. 따라서 KAR은 대상 포트폴리오의 초과기대수익률을 하방위험의 n 차 적률의 표준화값인 n 제곱근으로 나눈 것이다. 이로부터 하방위험의 왜도에 해당하는 n 이 3일 경우(KARSkew1)와 하방위험의 첨도에 해당하는 n 이 4일 경우(KARKurt1)의 카파비율을 아래와 같이 정의할 수 있다.

$$KARSkew1(\tau) = \frac{E(r) - \tau}{\sqrt[3]{LPM_3(\tau)}}, \text{ where } LPM_3(\tau) = \int_{-\infty}^{\tau} (\tau - r)^3 f(r) dr \quad (10)$$

$$KARKurt1(\tau) = \frac{E(r) - \tau}{\sqrt[4]{LPM_4(\tau)}}, \text{ where } LPM_4(\tau) = \int_{-\infty}^{\tau} (\tau - r)^4 f(r) dr$$

2) VaR을 이용한 성과지표

금융 위기 이후 VaR이 다방면에서 응용되고 있다. 포트폴리오 성과지표와 관련하여서는 Rockafellar and Uryasev(2002)가 조건부 VaR을 통해 하방 위험 구간에서의 조건부 기댓값(expected shortfall)을 위험지표로 하는 성과지표를 제시하였다.

1) STR1(τ)은 KAR2(τ)와 일치하며 OMR은 'KAR1(τ)+1'의 해석적 관계식이 성립한다.

$$\begin{aligned}
 RR1(\tau) &= \frac{E(r-\tau)}{ETL_{\beta}(\tau-r)} = \frac{E(r-\tau)}{E((\tau-r)|r < VaR_{\beta}(r))} \\
 RR2(\tau) &= \frac{ETL_{\alpha}(r-\tau)}{ETL_{\beta}(\tau-r)} = \frac{E((r-\tau)|r > VaR_{\alpha}(r))}{E((\tau-r)|r < VaR_{\beta}(r))}
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

식 (11)에서 RR1은 MAR(τ) 대비 포트폴리오의 초과기대수익률을 주어진 하방 유의수준(β)에 해당하는 수익률 구간에서의 손실($=\tau-r$)의 조건부 기댓값으로 나눈 것이다. RR2는 RR1을 포함하는 일반적 지표로서 주어진 상방 유의수준(α)에 해당하는 수익률 구간에서의 이익($r-\tau$)의 조건부 기댓값을 주어진 하방 유의수준(β)에 해당하는 수익률 구간에서의 손실($\tau-r$)의 조건부 기댓값으로 나눈 것이다.

3) GSR(Generalized Sharpe Ratio)을 이용한 성과지표

PMPT에 기반한 성과지표는 실무적으로 유용하나 기대효용이론에 기초하지 않았다는 한계가 있다. 이에 Zakamouline and Koekebakker(2009)는 기대효용함수의 테일러 전개를 통해 분포함수의 고차 적률 위험을 고려할 수 있는 일반적 샤프비율(GSR)을 개발하였다. 그들은 SR이 GSR의 특별한 경우로서 투자자의 효용함수가 부의 지수함수(negative exponential utility function)일 때 NIG 분포 하에서의 GSR의 형태를 다음과 같이 제시하였다.

$$GSR = \sqrt{2} \sqrt{(\mu-r_f) \left(\beta + \frac{\alpha(\mu-r_f)}{\sqrt{\delta^2 + (\mu-r_f)^2}} \right) - \delta \left(\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} - \frac{\alpha\delta}{\sqrt{\delta^2 + (\mu-r_f)^2}} \right)} \tag{12}$$

여기서 r_f 는 무위험수익률이고 $\alpha, \beta, \delta, \mu$ 는 후술할 NIG 분포의 외생변수들이다. 특히 NIG 분포의 외생변수는 분포함수의 기초통계량과 해석적 관계식이 존재하므로 이를 통해 GSR을 포트폴리오의 기초통계량의 함수로 표현할 수 있다.

4) 조정 PMPT 성과지표

전술한 PMPT 성과지표의 경우 분자의 위험프리미엄이 최저요구수익률(MAR) 대비 초과기대수익률로 정의되어 있다. 그러나 PMPT 성과지표의 특징이 하방위험의 특정 구간을 위험으로 정의한 것이라면 분모의 위험프리미엄도 이에 상응하여 정의할 필요가 있다. 즉 RR2와 마찬가지로 분자를 하방위험에 상응하는 상방위험의 적률로 대체한 성과지표를 상정해 볼 수 있다. 이에 본 연구는 STR과 KAR 성과지표를 조정한 성과지표를 아래와

같이 추가하였다.

$$STR2(\tau) = \frac{\sqrt{UPM_2(\tau)}}{\sqrt{LPM_2(\tau)}}, \text{ where } UPM_2(\tau) = \int_{\tau}^{\infty} (r-\tau)^2 f(r) dr \quad (13)$$

$$KARSkew2(\tau) = \frac{\sqrt[3]{UPM_3(\tau)}}{\sqrt[3]{LPM_3(\tau)}}, \text{ where } UPM_3(\tau) = \int_{\tau}^{\infty} (r-\tau)^3 f(r) dr$$

$$KARKurt2(\tau) = \frac{\sqrt[4]{UPM_4(\tau)}}{\sqrt[4]{LPM_4(\tau)}}, \text{ where } UPM_4(\tau) = \int_{\tau}^{\infty} (r-\tau)^4 f(r) dr$$

한편 본 연구는 PMPT 성과지표를 MPT 성과지표와 비교하기 위하여 최저요구수익률(τ)을 무위험수익률로 가정하였다.

3. 분포함수의 추정

PMPT에 기반한 성과지표를 추정하기 위해서는 독립 동일 분포 가정하에서 수익률의 분포함수를 추정하여야 한다. 이에 본 연구는 Barndorff-Nielsen(1977)이 개발한 GH 분포(generalised hyperbolic distribution)의 특별한 경우로서 NIG 분포를 적용하였으며 이의 확률밀도함수는 다음과 같이 정의된다.

$$f(x; \alpha, \beta, \delta, \mu) = \frac{\delta \alpha e^{\delta \varphi + \beta(x-\mu)}}{\pi \sqrt{\delta^2 + (x-\mu)^2}} K_1(\alpha \sqrt{\delta^2 + (x-\mu)^2}), \text{ where } \varphi = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} \quad (14)$$

여기서 K_1 은 수정 베셀 함수(modified Bessel function of the second kind with index 1)를 의미한다. 외생변수 중 μ 는 확률밀도함수의 위치(location)와 관련되며 나머지 변수들은 확률밀도함수의 형태를 결정짓는다. 즉 δ 는 규모(scale) 모수로서 이것이 커질수록 신뢰 구간이 넓어진다. β 는 비대칭 모수로서 왜도와 관련되며 영이면 대칭 분포를, 양수이면 양의 왜도를, 음수이면 음의 왜도를 띤다. α 는 첨도(tail heaviness) 모수로서 α 가 커질수록 확률밀도함수의 첨도(peakedness)가 커지고 꼬리가 두터워진다. NIG 분포를 사용하기 위한 필요조건으로서 α 와 δ 가 양수이어야 하고 α 가 β 의 절대값보다 커야한다. NIG 분포의 장점은 분포함수의 기초통계량과 NIG 분포의 외생변수 사이에 해석적 관계가 존재한다는 것이며 이는 다음의 연립방정식 체계로 표현된다.

$$\mu = E[x] = \eta + \delta \frac{\beta}{\varphi}, \quad \sigma^2 = Var[x] = \delta \frac{\alpha^2}{\varphi^3}, \quad (15)$$

$$S = Skew[x] = 3 \frac{\beta}{\alpha \sqrt{\delta \varphi}}, \quad K = Kurt[x] = 3 + \frac{3}{\delta \varphi} \left(1 + 4 \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2 \right)$$

본 연구는 NIG 분포를 이용하여 국내 유가증권 시장에 상장된 모든 주식의 수익률을 근사시키는 확률밀도함수를 추정하고 이로부터 수치적분(numerical integration) 기법을 이용하여 전술한 성과지표를 추정하였다.

<표 1>은 본 연구에 사용된 약어 및 이에 대한 설명을 정리한 것이다.

<표 1> 약어 설명

약어	설명
Mu	평균수익률
Sigma	표준편차
Skew	왜도
Kurt	첨도
EER	초과기대수익률
SR	샤프비율(표준편차 대비 초과기대수익률)
TR	트레이너지수(베타위험 대비 초과기대수익률)
JA	시장모형에 의한 초과기대수익률
JAFF3	Fama and French 3요인(1992) 모형에 의한 초과기대수익률
IR	시장모형에 의한 정보비율
IRFF3	Fama and French 3요인(1992) 모형에 의한 정보비율
OMR	오메가비율(손실가능성(likelihood of loss) 대비 이익가능성(likelihood of gain) 비율)
STR1	솔티노비율1(하방 변동성위험 대비 초과기대수익률)
STR2	솔티노비율2(하방 변동성위험 대비 상방 변동성위험 비율)
KARSkew1	카파왜도비율1(하방 왜도위험 대비 초과기대수익률)
KARSkew2	카파왜도비율2(하방 왜도위험 대비 상방 왜도위험 비율)
KARKurt1	카파첨도비율1(하방 첨도위험 대비 초과기대수익률)
KARKurt2	카파첨도비율2(하방 첨도위험 대비 상방 첨도위험 비율)
RR1	VAR1(하방위험 구간에서의 조건부 기댓값(expected shortfall) 대비 초과기대수익률)
RR2	VAR2(하방위험 구간에서의 조건부 기댓값(expected shortfall) 대비 상방위험 구간에서의 조건부 기댓값)
GSR	일반적 샤프비율(1~4차 적률의 함수)

IV. 자 료

본 연구는 일별수익률 기준의 경우 Rachev et al.(2007)의 연구를 참고하였고 월별수익률 기준의 경우 Fama and French(1992)의 연구를 참고하였다. 먼저 FnGuide로부터 입수한

국내 유가증권 시장에 상장된 12월 결산 법인(상장폐지 포함)의 보통주의 수정주가로부터 일별 및 월별수익률을 계산하였다. 연구기간은 2011년 7월 29일부터 2019년 12월 30일까지이다. 분포함수의 추정을 위한 표본기간의 선정에 있어서 일별은 성과지표 추정 시점을 기준으로 역산하여 6개월 동안의 영업일수(150일)에 해당하는 단기적 자료를 사용하였고 월별은 해당 종목의 상장 시점부터 성과지표 추정 시점까지의 장기적 자료를 사용하였다. 이 경우 대수의 법칙에 따른 최소 표본수로서 120개를 상정하였다. 포트폴리오 보유기간은 일별의 경우 6개월, 월별의 경우 1년이며 구체적인 포트폴리오 갱신시점은 일별의 경우 매년 6월 말과 12월 말이고 월별의 경우 매년 6월 말이다. 전술한 사항을 제외한 모든 실증 조건은 일별 기준과 월별 기준이 동일하다.

성과지표별 모멘텀 효과를 진단하기 위하여 갱신시점별로 추정된 분포함수로부터 수치적분 기법을 이용하여 MPT 및 PMPT에 기반한 개별 종목의 성과지표를 추정하였다. 그리고 이를 기준으로 오름차순으로 정렬한 10개의 포트폴리오(P1~P10)의 차기 갱신시점까지의 동일 가중 포트폴리오의 수익률을 계산하였다. 이로부터 성과지표가 가장 낮은 포트폴리오를 공매하여 성과지표가 가장 높은 포트폴리오를 매수하는 무비용 포트폴리오의 수익률(P10-P1)을 계산하고 이의 성과지표를 다시 한번 추정하였다. 무위험자산으로서 CD 91일물을 사용하였고 시장포트폴리오로서 코스피 종합지수를 사용하였다.

V. 실증 분석

1. NIG 분포의 적합도

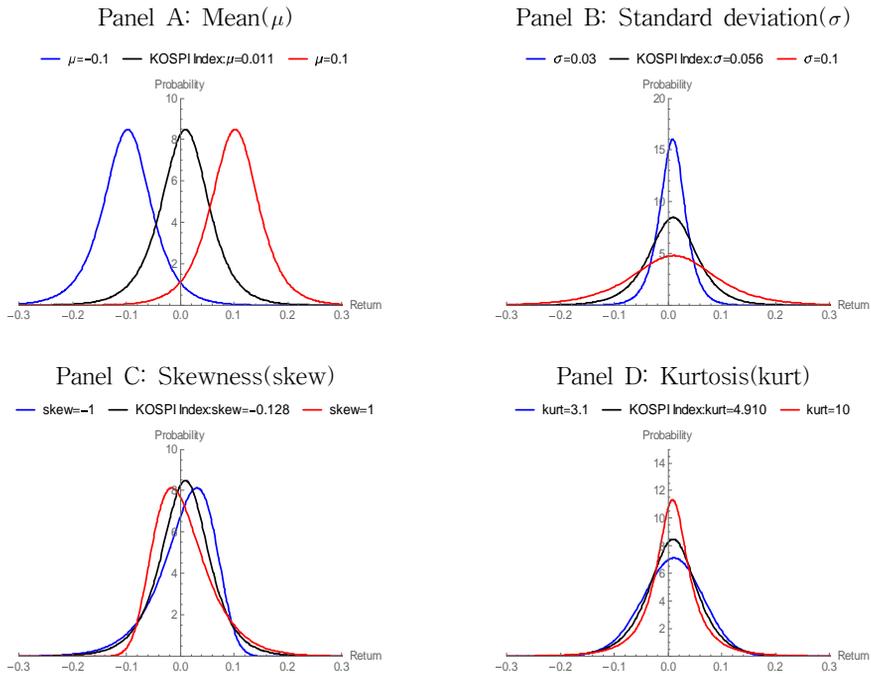
Barndorff-Nielsen(1998)은 NIG가 경험적 분포의 왜도와 첨도를 잘 포착함으로써 고차적률 위험이 큰 금융자산의 수익률 분포로서 적절하다고 주장하였다. 이를 살펴보기 위해 식 (15)의 연립방정식 체계로부터 NIG 분포의 외생변수를 기초통계량의 함수로 표현한 후 코스피 월별 지수를 이용하여 다른 조건은 동일한 상태에서 기초통계량을 변화시킬 때의 NIG 분포의 변화 양상을 고찰하였다.

[그림 1]의 패널 A에서 코스피 지수를 중심으로 다른 조건은 동일한 상태에서 평균을 증감시킴에 따라 분포가 이에 상응하여 이동하며 패널 B에서 표준편차를 증감시킴에 따라 산포도 역시 증감하는 것을 확인할 수 있다. 패널 C에서 왜도를 감소시킬 경우(negative skewness) 분포가 코스피 지수를 중심으로 오른쪽으로 치우치면서 왼쪽 꼬리가 상대적으로 두터워지고 반대로 왜도를 증가시킬 경우(positive skewness) 분포가 왼쪽으로 치우치면서

오른쪽 꼬리가 상대적으로 두터워지는 것을 확인할 수 있다. 패널 D에서 첨도를 증가(감소)시킬 경우 코스피 지수와 비교하여 분포의 어깨에 해당하는 중위분포가 감소(증가)하고 대신 첨도(peakedness)가 커지고(작아지고) 양쪽 꼬리 부분이 상대적으로 두터워지는 것(얇아지는 것)을 확인할 수 있다.

[그림 1] NIG 분포의 기초통계량에 대한 민감도 분석

코스피 지수의 월별수익률 자료를 사용하여 추정된 NIG 분포로부터 다른 조건은 동일한 상태에서 기초통계량 중 하나를 변화시켰을 때의 분포의 변화이다.



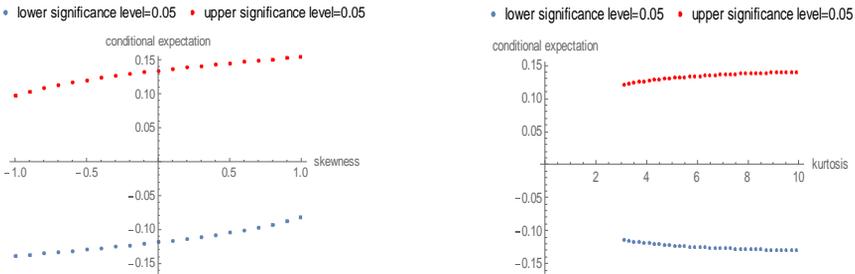
[그림 2]에서는 왜도와 첨도의 변화에 따른 NIG 분포의 5% 유의수준에 해당하는 상방 및 하방위험 구간에서의 조건부 기댓값이 제시되어 있다. Rachev et al.(2007)에 의하면 조건부 VaR(CVaR)은 하방 유의수준(β)에 해당하는 수익률 구간에서의 손실의 기댓값(expected shortfall)을 의미한다. 패널 A로부터 유의수준 5%에서의 조건부 기댓값이 왜도가 증가함에 따라 영을 중심으로 비대칭적인 경향성을 발견함을 확인할 수 있다. 즉 왜도가 -1일 때 조건부 기댓값이 하방위험 구간에서 -0.1395를, 상방위험 구간에서 0.0971을 발견한 반면 왜도가 1일 때 하방위험 구간에서 -0.0820을, 상방위험 구간에서 0.1545를 발견하였다. 이로부터 왜도가 비대칭성을 유발하고 그 결과 양의 왜도가 커질수록 NIG 분포의 복원적

성향이 강해지고 음의 왜도가 커질수록 극단적 손실(expected shortfall)의 가능성이 커짐을 알 수 있다. 패널 B에서는 첨도가 커짐에 따라 상방 및 하방 위험구간에서의 조건부 기댓값의 절대치가 커지는 것을 확인할 수 있다. 이는 첨도 위험이 커짐에 따라 양 쪽 꼬리가 길어지고 두터워지고 있다는 것을 의미한다.

[그림 2] NIG 분포의 유의수준 구간에서의 조건부 기댓값

코스피 지수의 월별수익률 자료를 사용하여 추정된 NIG 분포로부터 다른 조건은 동일한 상태에서 왜도와 첨도를 변화시켰을 때의 하방 및 상방 유의수준에 해당하는 구간의 조건부 기댓값이다.

Panel A: Conditional expectation of skewness Panel B: Conditional expectation of kurtosis



<표 2>에서는 2019년 12월 현재 유가증권시장에 상장된 종목의 월별수익률에 대한 분포 적합도가 제시되어 있다. 정규분포로 근사할 경우 Shapiro-Wilk 검정을, NIG 분포로 근사할 경우 Kolmogorov-Smirnov 검정을 적용하였다. 이로부터 5% 유의수준에서 전체 종목의 80.5%가 정규분포를 기각한 반면 2.1%가 NIG 분포를 기각하였다. Barndorff-Nielsen (1998)에 의하면 정규분포는 NIG 분포의 특별한 경우이며 따라서 정규분포를 충족하면 NIG 분포도 당연히 충족한다. 문제는 대상 분포가 정규분포를 기각하였을 경우 NIG 분포가 이를 근사시킬 수 있는냐이다. <표 2>로부터 국내 유가증권 시장에 상장된 주식의 경우 NIG 분포로 거의 적합시킬 수 있다고 판단된다.

<표 2> 분포 적합도 검정

2019년 12월 현재 상장된 종목의 수익률 자료를 이용하여 정규분포성 및 NIG 분포성을 검정하였다. 검정 방법은 정규분포의 경우 Shapiro-Wilk 검정을 사용하였고 NIG 분포의 경우 Kolmogorov-Smirnov 검정을 사용하였다. 자료 주기는 월별수익률 기준이고 유의수준은 5%를 적용하였다.

	Normal	NIG
Number of shares	652	626
Number of rejection	525	13
Rejection rate	80.5%	2.1%

전술한 결과로부터 NIG 분포가 기초통계량의 변화에 민감하게 반응하며 국내 주식을 이용한 분포 적합도 검정에서 정규분포에 비해 우수함을 확인하였다. 이는 NIG 분포를 통해 국내 주식이 가진 고차 적률 위험을 잘 포착할 수 있다는 것을 의미한다.

2. 적률 및 성과지표의 기초통계량

<표 3>은 연구기간 동안의 코스피 상장 종목에 대한 성과지표 추정치의 기초통계량이다. 일별수익률의 경우 평균수익률이 -2베이스스, 표준편차가 2.64%, 왜도가 0.21, 첨도가 5.34를 발견하였다. 월별수익률의 경우 평균수익률이 34베이스스, 표준편차가 13.2%, 왜도가 0.2, 첨도가 4.61을 발견하였다. 전체적으로 코스피 시장의 평균수익률이 연구기간 동안 저조하였으며 위험 측면에서 양의 왜도 위험과 정규분포에 비해 높은 첨도 위험을 내포하였다. 특히 첨도 위험의 경우 최근으로 올수록 상승하는 경향성이 발견되었다.

<표 3> 적률 및 성과지표의 기초통계량

포트폴리오 갱신시점별로 추정된 적률 및 성과지표의 기초통계량으로서 Mean은 평균을, Stdev는 표준편차를 의미한다.

Frequency	Daily Return		Monthly Return	
	Mean	Stdev	Mean	Stdev
PI				
Mu	-0.0002	0.0023	0.0034	0.0111
Sigma	0.0264	0.0107	0.1321	0.0358
Skew	0.2153	0.5366	0.2057	0.3577
Kurt	5.3476	2.1534	4.6115	1.0862
EER	-0.0003	0.0023	0.0004	0.0111
SR	-0.0124	0.0785	0.0142	0.0740
TR	0.0002	0.1292	-0.0135	0.8385
JA	-0.0004	0.0021	-0.0055	0.0113
JAFF3	-0.0002	0.0020	-0.0029	0.0102
IR	-0.0189	0.0771	-0.0354	0.0792
IRFF3	-0.0091	0.0753	-0.0154	0.0780
OMR	0.9888	0.2132	1.0562	0.2020
STR1	-0.0087	0.1159	0.0281	0.1102
STR2	1.0499	0.2028	1.0854	0.1637
KARSkew1	-0.0066	0.0853	0.0204	0.0818
KARSkew2	1.0913	0.2449	1.1103	0.1818
KARKurt1	-0.0053	0.0691	0.0165	0.0668
KARKurt2	1.1233	0.2886	1.1303	0.2061
RR1	-0.0031	0.0382	0.0090	0.0364
RR2	1.1039	0.2567	1.1244	0.1997
GSR	0.0631	0.0488	0.0603	0.0455

위험 조정 성과지표의 경우 평균수익률을 성과 지표로 하는 SR, TR, JA, JAFF3, IR, IRFF3, STR1, KARSkew1, KARKurt1, RR1의 경우 음수를 발견한 반면 하방위험 대비 상방위험을 성과지표로 하는 OMR, STR2, KARSkew2, KARKurt2, RR2와 GSR의 경우 양수를 발견하였다. 이는 총위험을 상방위험(gain risk)과 하방위험(loss risk)으로 나눔으로써 음의 평균수익률을 발견할 경우에도 상대적 성과 평가가 가능함을 시사한다.

3. 적률 및 성과지표의 상관관계

MPT 및 PMPT에 기반한 성과지표들은 포트폴리오가 갖는 위험 대비 성과에 대한 고유한 정의를 바탕으로 이를 계량화한 것이다. 본 절에서는 개별 성과지표가 대상자산의 위험 및 기타 성과지표와 어떠한 횡단면적 관계를 갖는 지 분석한다. <표 4>는 포트폴리오 갱신 시점별로 추정된 성과지표의 횡단면적 상관계수를 시계열 평균한 것이고 [그림 3]은 이 중 일별 기준을 도식화한 것이다.

먼저 이론적으로 DARA형 효용함수를 가진 투자자는 변동성(volatility)과 침도위험(tail risk)을 기피하며 양의 왜도는 선호하는 성향을 가진다. 이는 현실적 투자자의 위험회피성향과 일치하며 따라서 성과지표가 신뢰성과 타당성을 갖추기 위해서는 투자자의 이러한 위험회피성향과 일치하여야 한다.

<표 4>의 패널 A와 [그림 3]으로부터 일별수익률의 경우 GSR을 제외한 모든 성과지표가 평균수익률(μ)과 0.4 이상의 상관계수를 발견하여 평균수익률이 성과척도의 가장 큰 영향 요인으로 작용하였음을 알 수 있다. 위험지표로서 표준편차(σ)의 경우 모든 성과지표가 0~0.14 대에 분포하여 약한 양의 상관관계를 발견하였다. 따라서 일별 기준에서는 변동성 척도인 표준편차가 성과지표의 횡단면적 차이를 결정하는 중요한 요인은 아니라고 판단된다. 이에 반해 고차 적률에 속하는 왜도(Skew)는 GSR을 제외한 모든 성과지표와 0.2~0.94 대의 상관계수를 발견하였고 이 중 극단적 성과지표인 STR2, KARSkew2, KARKurt2, RR2와 0.77 이상의 높은 상관계수를 발견하였다. 이는 투자자의 양의 왜도 선호 성향이 반영된 결과로서 대상 종목이 복권적 특성(positive skewness)을 띠수록 성과지표가 상승하였다는 것을 의미한다. 침도의 경우 약한 음의 상관계수를 발견하였으며 투자자의 극단적 위험에 대한 회피 성향과 일치한다.

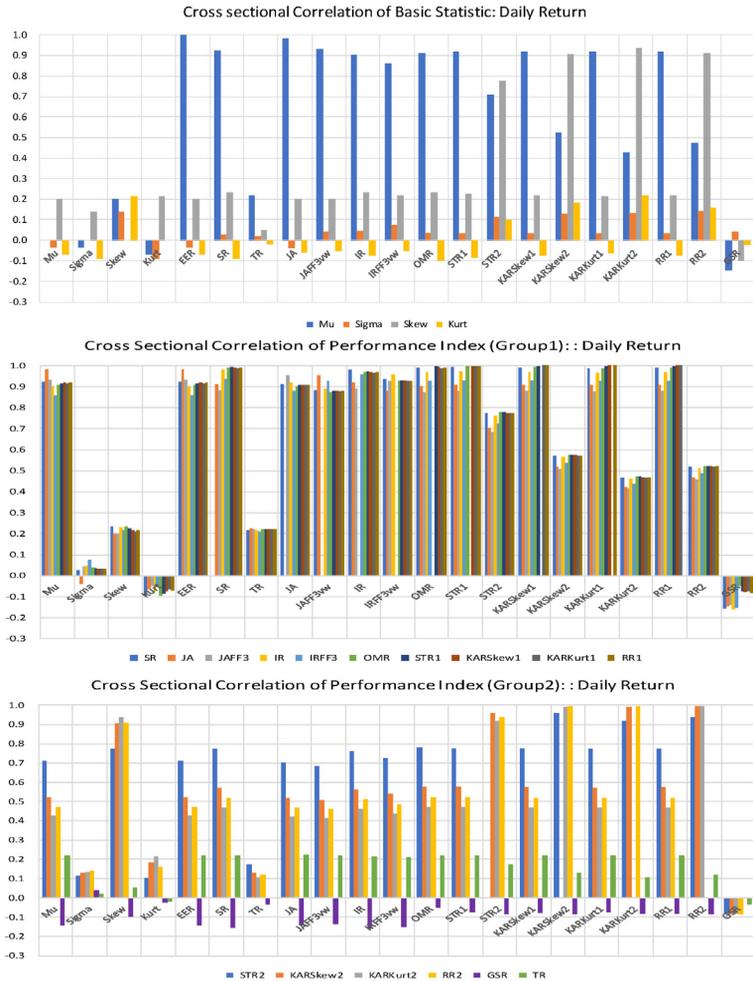
<표 4>의 패널 B의 월별수익률의 경우 일별 기준과 대체적으로 비슷하나 몇 가지 차이점이 발견된다. 첫째, 일별 기준에서 미약하게 음이었던 평균수익률과 표준편차의 상관계수가 월별기준에서는 -0.58을 발견하였다. 따라서 변동성이 큰 종목일수록 평균수익률이 감소하는 이상현상이 발견되었다. 이는 현실의 시장참여자들이 평균-분산 기준 외에 왜도나 침도

등 분포가 갖는 고차 적률 위험을 충분히 고려하고 있다는 것을 시사한다. 둘째, 표준편차는 GSR을 제외한 모든 성과지표와 -0.22~-0.65의 상관계수를 발견하였다. 따라서 일별 기준과 달리 표준편차가 큰 종목일수록 성과지표가 감소하였다. 왜도는 GSR을 제외한 모든 성과지표와 양의 상관관계를, 첨도는 음의 상관관계를 발견하여 DARA형 투자자의 위험회피 성향과 일치하였다.

[그림 3]에서는 성과지표간 상관계수가 그룹별로 추가 제시되어 있다. 이 경우 그룹 1(SR, JA, JAFF3, IR, IRFF3, OMR, STR1, KARSkew1, KARKurt1, RR1)은 성과지표의 분자가

[그림 3] 성과지표간 횡단면적 순위 상관계수

포트폴리오 갱신시점별로 추정된 적률 및 성과지표를 이용하여 종목간 횡단면적 상관계수를 추정하고 이를 시계열 평균하였다. 자료 주기는 일별수익률 기준이다.



최저요구수익률(MAR) 대비 초과수익률인 경우이고 그룹 2(STR2, KARSSkew2, KARKurt2, RR2, GSR, TR)는 성과지표의 분자가 분모의 하방위험에 상응하는 상방위험의 적률로 정의된 경우이다. 이로부터 그룹 1은 상호간에 0.85 이상의 높은 상관계수를 발견한 반면 그룹 2와는 -0.2~0.8의 상대적으로 낮은 상관계수를 발견하였다. 이러한 차이가 발생한 원인에 대해서 다음과 같은 설명이 가능하다. 첫째, 그룹 1의 경우 평균수익률이라는 동일한 성과 척도가 높은 양의 상관계수를 초래하였으며 ‘1-상관계수’와 이의 성과지표간 차이는 위험 척도의 차이로 인해 발생한 것으로 해석할 수 있다. 둘째, 그룹 2에 해당하는 성과지표의 경우 성과 및 위험 척도의 정의가 개별적으로 상이하고 공통된 요소가 없다. 즉 STR2, KARSSkew2, KARKurt2, RR2의 경우 성과척도 및 위험척도가 적률 차수에 따라 다르고 GSR은 1~4차까지의 적률을 독립변수로 투입하여 산출되는 성과지표로서 산식 구조가 다르다. 따라서 이러한 성과 및 위험 척도의 차이로 인해 그룹 1과 그룹 2 사이의 상관계수가 낮아졌다고 해석할 수 있다. 셋째, 그럼에도 그룹 2의 성과지표들 상호간에는 0.9 이상의 높은 상관계수가 발견된다. 이는 성과척도가 상이하지만 실증 조건상 해당 지표가 포착하는 하방위험과 상방위험의 구간이 비슷하였기 때문이라고 할 수 있다. 넷째, GSR은 기타 성과지표와 음의 상관계수를 발견하였다. 이는 전술한 바와 같이 GSR의 독립적 산식 구조 때문이라고 할 수 있다. TR 역시 기타 성과지표와 0.3 이하의 상관계수를 발견하였으며 이는 베타 위험을 구성하는 시장포트폴리오와의 공분산 위험이 기타 성과지표가 포착하는 개별 종목의 위험과 상관성이 낮았기 때문이다.

전술한 결과로부터 위험 대비 수익을 어떻게 정의하느냐에 따라 성과지표 추정치가 횡단면적으로 달라지는 것을 확인할 수 있다. 이는 금융자산의 분포가 갖는 위험을 보다 정확히 측정하고 이에 대한 투자자들의 다양한 위험회피성향을 반영할 수 있는 성과지표를 개발하고 공시할 필요가 있다는 것을 시사한다.

4. 성과지표를 이용한 모멘텀 투자전략의 성과 추정

본 절에서는 전술한 성과지표를 이용한 무비용 모멘텀 투자 전략(zero cost momentum strategy)의 수익률을 계산하고 이에 대한 성과지표를 다시 한번 추정한다. 이를 위해 포트폴리오 갱신시점별로 추정된 종목별 성과지표를 기준으로 오름차순으로 정렬하여 10개의 포트폴리오(P1~P10)를 구축하고 이의 차기 갱신시점까지의 동일 가중 수익률을 계산하였다. 전술한 절차를 월별 기준의 경우 1년 주기로, 일별 기준의 경우 6개월 단위로 반복함으로써 성과지표에 따른 매수후보유전략(buy and hold strategy)의 동일가중 평균수익률을 계산하였다. 이로부터 성과지표가 가장 낮은 포트폴리오를 공매하여

<표 5> 성과지표를 이용한 모멘텀 투자전략의 성과 추정

개별 성과지표를 이용한 모멘텀 투자전략(P10-P1)에 대한 기초통계량과 성과지표 추정치이다. 켈센의 알파(JA, JAFF3)의 경우 통계적 검정이 가능하며 5% 수준에서 유의한 경우 *를 병기하였다.

Panel A: Daily Return

	P10-P1	Kospi-index	St_EER	St_SR	St_TR	St_JA	St_IR	St_JAFF3	St_IRFF3	St_OMR	St_STR1	St_KAR_Skew1	St_KAR_Kurt1	St_STR2	St_KAR_Skew2	St_KAR_Kurt2	St_STR1	St_STR2	St_GSR	
ER	0.0000	0.0006	0.0005	0.0005	0.0006	0.0007	0.0005	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002	0.0002	0.0003	0.0002	0.0002	-0.0002
Stdev	0.0092	0.0082	0.0077	0.0064	0.0080	0.0078	0.0076	0.0073	0.0077	0.0077	0.0077	0.0077	0.0076	0.0062	0.0056	0.0054	0.0062	0.0056	0.0056	0.0053
Skew	-0.4928	0.0203	0.0797	0.0720	0.0514	0.0680	0.0325	0.0755	0.0629	0.0629	0.0579	0.0608	0.0424	0.0415	-0.2527	-0.1323	-0.2527	-0.1647	-0.2107	-0.0314
Ex_Kurt	5.0852	1.5181	1.8322	0.5578	1.5681	1.1413	2.0834	1.5297	1.9024	1.7709	1.6000	1.4330	1.4696	1.0400	0.8200	0.7925	1.0400	0.8200	0.7925	0.8441
JA	0.0000	0.0006*	0.0004*	0.0005*	0.0005*	0.0006*	0.0004*	0.0005*	0.0004*	0.0005*	0.0005*	0.0005*	0.0004*	0.0004*	0.0002	0.0001	0.0002	0.0001	0.0001	-0.0002*
JA_FF3	0.0000	0.0006*	0.0005*	0.0005*	0.0006*	0.0007*	0.0005*	0.0006*	0.0006*	0.0005*	0.0005*	0.0005*	0.0005*	0.0005*	0.0003*	0.0002	0.0003*	0.0002	0.0002	-0.0002
SR	-0.0053	0.0683	0.0553	0.0713	0.0660	0.0760	0.0567	0.0727	0.0546	0.0581	0.0604	0.0543	0.0552	0.0352	0.0318	0.0182	0.0352	0.0318	0.0250	-0.0454
TR	0.0000	0.0756	0.0126	0.0055	-0.1252	0.0394	0.0278	0.0200	0.0116	0.0145	0.0259	0.0443	0.0211	0.0032	0.0026	0.0012	0.0032	0.0026	0.0012	-0.0066
IR	0.0000	0.0683	0.0555	0.0724	0.0660	0.0760	0.0568	0.0729	0.0549	0.0584	0.0605	0.0543	0.0553	0.0359	0.0326	0.0191	0.0359	0.0326	0.0191	-0.0451
IR_FF3	0.0000	0.0776	0.0689	0.0817	0.0763	0.0931	0.0713	0.0919	0.0691	0.0720	0.0742	0.0676	0.0686	0.0524	0.0498	0.0347	0.0524	0.0498	0.0347	-0.0376
OMR	0.9849	1.1975	1.1586	1.1999	1.1909	1.2190	1.1642	1.2120	1.1569	1.1672	1.1733	1.1536	1.1565	1.0952	1.0855	1.0477	1.0952	1.0855	1.0477	0.8893
STR1	-0.0072	0.1019	0.0823	0.1075	0.0989	0.1147	0.0839	0.1098	0.0810	0.0865	0.0901	0.0804	0.0817	0.0494	0.0452	0.0255	0.0494	0.0452	0.0255	-0.0617
KAR_Skew1	-0.0047	0.0728	0.0586	0.0796	0.0707	0.0830	0.0592	0.0786	0.0576	0.0616	0.0645	0.0578	0.0587	0.0355	0.0329	0.0186	0.0355	0.0329	0.0186	-0.0459
KAR_Kurt1	-0.0035	0.0576	0.0462	0.0650	0.0559	0.0665	0.0462	0.0623	0.0452	0.0485	0.0510	0.0460	0.0466	0.0283	0.0265	0.0151	0.0283	0.0265	0.0151	-0.0375
RR1	-0.0021	0.0320	0.0258	0.0352	0.0311	0.0365	0.0261	0.0346	0.0254	0.0271	0.0284	0.0255	0.0258	0.0156	0.0145	0.0082	0.0156	0.0145	0.0082	-0.0204
STR2	0.9033	1.1140	1.1060	1.1382	1.1183	1.1414	1.0961	1.1359	1.1005	1.1059	1.1107	1.0968	1.0975	0.9931	1.0091	0.9856	0.9931	1.0091	0.9856	0.9252
KAR_Skew2	0.8632	1.0836	1.0892	1.1188	1.0932	1.1155	1.0718	1.1106	1.0815	1.0850	1.0895	1.0770	1.0769	0.9460	0.9738	0.9704	0.9460	0.9738	0.9704	0.9383
KAR_Kurt2	0.8392	1.0673	1.0814	1.1100	1.0804	1.1026	1.0592	1.0981	1.0723	1.0747	1.0790	1.0669	1.0663	0.9151	0.9508	0.9535	0.9151	0.9508	0.9535	0.9451
RR2	0.8674	1.0720	1.0827	1.1065	1.0834	1.1030	1.0645	1.1001	1.0748	1.0773	1.0811	1.0687	1.0685	0.9250	0.9562	0.9578	0.9250	0.9562	0.9578	0.9456
GSR	0.0053	0.0683	0.0553	0.0713	0.0660	0.0760	0.0567	0.0727	0.0546	0.0582	0.0604	0.0543	0.0552	0.0351	0.0318	0.0182	0.0351	0.0318	0.0182	0.0454

Panel B: Monthly Return

P10-P1 PI	Kospi index	St_EER	St_SR	St_TR	St_JA	St_JR	St_JAFF3	St_IRFF3	St_OMR	St_STR1	St_SKAR Skew1	St_KAR Kurt1	St_RR1	St_STR2	St_SKAR Skew2	St_KAR Kurt2	St_RR2	St_GSR
ER	0.0011	0.0004	-0.0014	0.0008	-0.0013	0.0014	0.0065	0.0063	0.0000	-0.0006	0.0022	0.0023	0.0016	0.0029	0.0038	0.0041	0.0041	-0.0005
Stddev	0.0362	0.0459	0.0541	0.0519	0.0532	0.0494	0.0528	0.0571	0.0451	0.0535	0.0449	0.0446	0.0449	0.0439	0.0398	0.0399	0.0392	0.0360
Skew	-0.7733	-0.1411	0.1421	0.1172	-0.7241	-0.1256	-0.4633	-0.3592	-0.1983	0.0856	0.1152	0.1035	0.1406	0.1584	-0.5449	-0.0466	-0.0746	0.8876
Ex_Kurt	2.0036	0.9380	2.4917	2.9268	2.3127	1.0001	1.7205	1.8548	0.5163	2.6444	0.4222	0.4237	0.4048	3.1646	3.8932	6.2947	6.8708	1.7327
JA	0.0000	-0.0016	-0.0034	-0.0012	-0.0034	-0.0008	0.0044	0.0042	-0.0020	-0.0025	0.0002	0.0003	-0.0004	0.0008	0.0019	0.0021	0.0021	-0.0026
JA_FF3	0.0000	0.0006	-0.0002	0.0011	-0.0008	0.0017	0.0066	0.0069	0.0000	0.0005	0.0026	0.0027	0.0020	0.0019	0.0022	0.0021	0.0024	-0.0005
SR	-0.0186	-0.0311	-0.0592	-0.0183	-0.0585	-0.0085	0.0894	0.0800	-0.0395	-0.0438	0.0090	0.0111	-0.0041	0.0251	0.0513	0.0593	0.0604	-0.0641
TR	-0.0007	0.0062	0.0105	0.0029	0.0086	0.0008	-0.0115	-0.0080	0.0049	0.0078	-0.0015	-0.0019	0.0007	-0.0026	-0.0072	-0.0055	-0.0056	0.0062
IR	0.0000	-0.0349	-0.0640	-0.0230	-0.0647	-0.0166	0.0874	0.0784	-0.0466	-0.0484	0.0050	0.0072	-0.0083	0.0198	0.0480	0.0565	0.0577	-0.0767
IR_FF3	0.0000	0.0148	-0.0035	0.0244	-0.0172	0.0406	0.1361	0.1369	0.0002	0.0111	0.0639	0.0740	0.0540	0.0492	0.0575	0.0565	0.0656	-0.0165
OMR	0.9514	0.9231	0.8524	0.9513	0.8556	0.9781	1.2632	1.2347	0.9043	0.8882	1.0230	1.0283	0.9895	1.0713	1.1520	1.1887	1.1939	0.8485
STR1	-0.0244	-0.0420	-0.0814	-0.0259	-0.0738	-0.0118	0.1279	0.1152	-0.0529	-0.0605	0.0129	0.0159	-0.0060	0.0368	0.0712	0.0872	0.0884	-0.0963
KARSkew1	-0.0171	-0.0310	-0.0590	-0.0184	-0.0519	-0.0087	0.0888	0.0801	-0.0395	-0.0434	0.0098	0.0120	-0.0045	0.0258	0.0475	0.0565	0.0568	-0.0777
KARKurt1	-0.0133	-0.0251	-0.0468	-0.0143	-0.0405	-0.0070	0.0691	0.0622	-0.0324	-0.0341	0.0081	0.0100	-0.0038	0.0199	0.0355	0.0413	0.0411	-0.0675
RR1	-0.0075	-0.0137	-0.0263	-0.0081	-0.0228	-0.0038	0.0388	0.0351	-0.0175	-0.0193	0.0044	0.0054	-0.0020	0.0114	0.0211	0.0256	0.0258	-0.0373
STR2	0.8323	0.9213	0.9443	0.9976	0.7736	0.9577	1.0304	1.0410	0.8940	0.9546	1.0440	1.0443	0.9294	1.0720	0.9649	1.0763	1.0719	1.1240
KARSkew2	0.7700	0.9152	0.9873	1.0199	0.7235	0.9450	0.9346	0.9609	0.8820	0.9844	1.0579	1.0555	1.0521	1.0775	0.8868	1.0370	1.0295	1.3029
KARKurt2	0.7275	0.9088	1.0141	1.0339	0.6871	0.9352	0.8765	0.9125	0.8707	1.0024	1.0690	1.0649	1.0691	1.0828	0.8418	1.0183	1.0094	1.4476
RR2	0.7511	0.9130	0.9972	1.0231	0.7089	0.9394	0.8996	0.9352	0.8746	0.9906	1.0672	1.0631	1.0679	1.0764	0.8810	1.0395	1.0336	1.4406
GSR	0.0186	0.0311	0.0591	0.0183	0.0589	0.0085	0.0888	0.0796	0.0395	0.0438	0.0090	0.0111	0.0041	0.0251	0.0510	0.0593	0.0603	0.0635

성과지표가 가장 높은 포트폴리오를 매수하는 무비용 모멘텀 포트폴리오의 수익률(P10-P1)을 계산하였다. 이 경우 NIG 분포 추정을 위한 표본기간으로서 월별은 상장 이후 포트폴리오 갱신시점까지의 장기적 자료를, 일별은 갱신 시점 기준으로 역산하여 150일의 단기적 자료를 사용하였다.

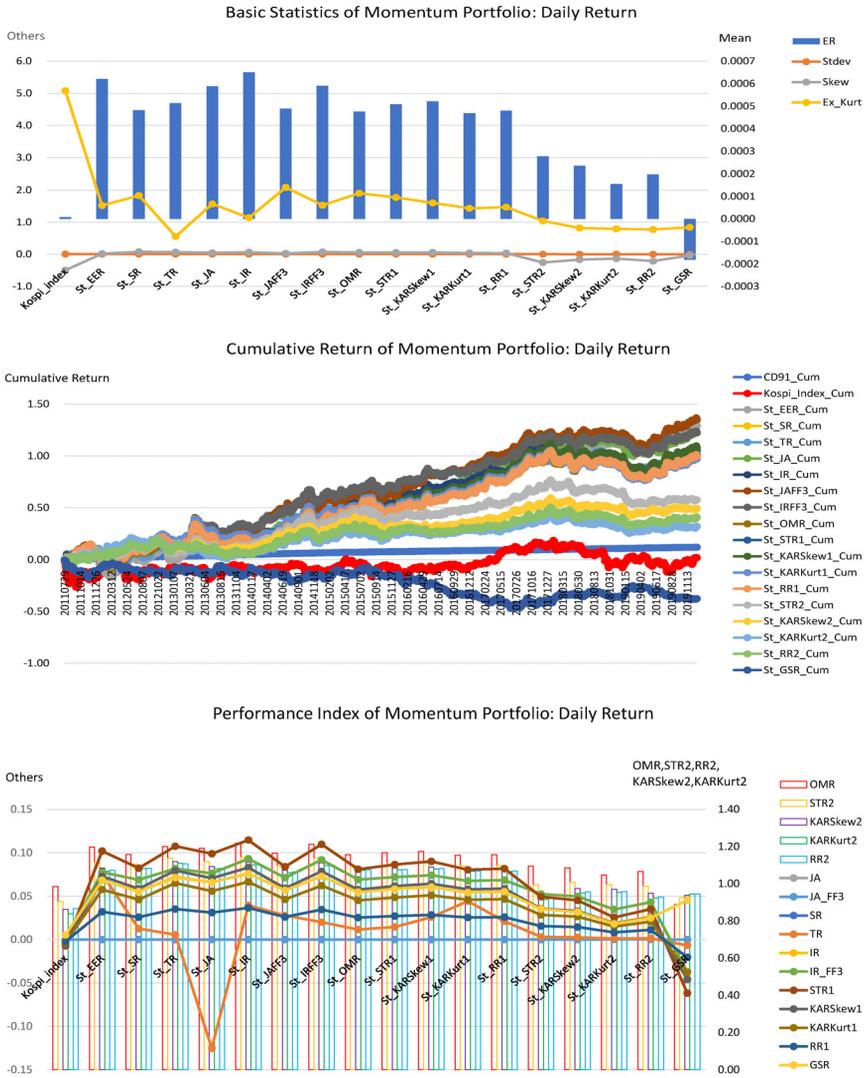
<표 5>는 모멘텀 포트폴리오의 성과를 추정한 것이고 이 중 일별수익률 기준을 [그림 4]에서 도식화하였다. 먼저 <표 5>의 패널 A와 [그림 4]로부터 일별수익률 기준의 경우 연구기간 동안 시장지수는 0.1 베이스스의 평균수익률을 발견하였고 GSR을 제외한 성과지표 포트폴리오는 2~7 베이스스를 발견하였다. 그 결과 [그림 4]의 누적수익률로부터 GSR을 제외한 모든 성과지표 포트폴리오가 시장지수를 상회하며 JAFF3의 경우 시장지수와 최대 135%까지 격차를 벌리는 것을 확인할 수 있다. 이는 MPT 및 PMPT 성과지표를 이용하여 위험을 조정할 경우에도 강건하게 유지되었다. 특히 JA와 JAFF3로부터 그룹 1에 속한 성과지표의 경우 시장모형과 FF3모형을 이용하여 위험을 통제할 경우에도 5% 수준에서 유의한 초과성과를 발견하였다. 요약하면 GSR을 제외한 모든 성과지표 무비용 모멘텀 포트폴리오(P10-P1)가 연구기간 동안 시장지수를 상회하였고 양의 위험조정 초과수익을 발견하였다.

이의 원인을 살펴보기 위해 [그림 5]의 패널 A에서는 일별수익률 기준 샤프비율을 선정하여 모멘텀 포트폴리오(P1~P10)의 기초통계량과 성과지표 추정치를 제시하였다. 이로부터 다음과 같은 사실을 알 수 있다. 첫째, 샤프비율을 이용한 모든 모멘텀 포트폴리오가 음의 평균수익률과 시장지수보다 큰 음의 왜도를 발견하였다. 둘째, 샤프비율이 높은 포트폴리오 일수록 평균손실률이 감소하는 체계적 패턴이 발견되었다. 이로부터 무비용 포트폴리오(P10-P1)의 양의 평균수익률은 이러한 손실률 감소 패턴으로부터 나왔음을 알 수 있다. 셋째, 성과지표 추정치로부터 평균손실률의 감소 패턴은 위험을 조정할 경우에도 유지되었다. 넷째, 전술한 현상은 극단적 성과지표인 STR2, KARSKew2, KARKurt2, RR2와 종합적 성과지표인 GSR을 제외한 모든 성과지표에서 공통적으로 확인되었다.

전술한 결과로부터 코스피 시장의 일별수익률의 경우 성과지표의 모멘텀은 손실을 감소시키는 방향으로 작용하였음을 알 수 있다. 즉 지난 6개월 동안 성과지표가 상대적으로 높았던 그룹은 동일 기간 동안 성과지표가 낮았던 그룹에 비해 손실률이 상대적으로 감소하였다. 따라서 공매가 가능하다는 전제 하에 이러한 손실률 감소 패턴을 이용한 무비용 포트폴리오(P10-P1)를 통해 시장지수에 비해 높은 양의 평균수익률, 낮은 변동성, 영에 가까운 왜도, 그리고 낮은 첨도를 가진 분포를 실현시킬 수 있었으며 이러한 특성이 성과지표에 반영되어 높은 성과지표로 귀결되었다고 해석할 수 있다.

[그림 4] 성과지표를 이용한 모멘텀 투자 전략의 성과 추정

개별 성과지표를 이용한 모멘텀 투자전략(P10-P1)의 기초통계량, 누적수익률, 성과지표 추정치를 차례대로 제시하였다. 자료 주기는 일별수익률 기준이다.



그러나 [그림 5]의 패널 B에서 장기 자료를 이용한 월별수익률의 경우 어떠한 체계적 패턴도 발견되지 않았으며 이는 기타 성과지표에서도 마찬가지였다.²⁾ 따라서 월별수익률의

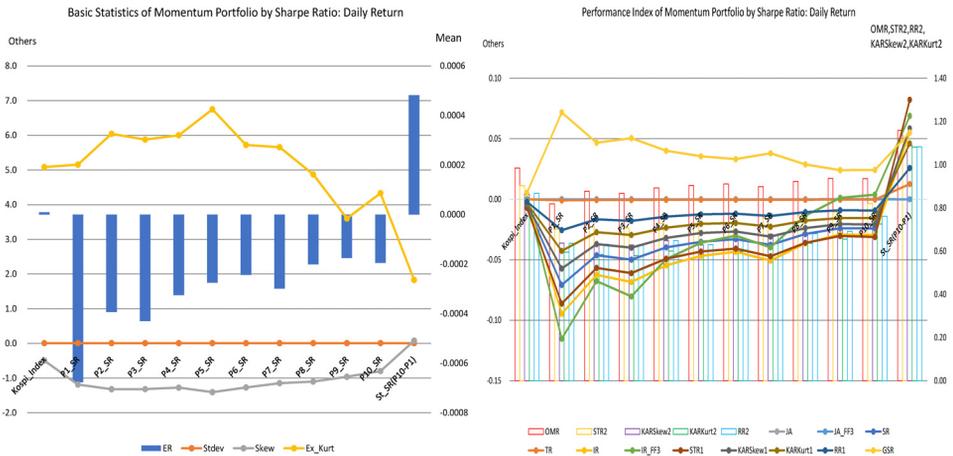
2) P4_SR 모멘텀 포트폴리오의 경우 NIG 분포 적합도 조건을 충족하지 못하여 PMPT 성과지표를 추정할 수 없었다.

경우 성과지표의 모멘텀 효과가 존재한다고 해석할 수 없다. 본 연구의 실증 조건상 일별수익률과 월별수익률의 유일한 차이는 분포함수를 추정하기 위한 표본기간의 차이 뿐이다. 일별수익률의 경우 분포함수는 포트폴리오 갱신시점 기준 최근 6개월의 이벤트를 반영하여 추정한 것이고 월별수익률의 경우 해당 종목의 상장 시점부터 포트폴리오 갱신시점까지의 모든 이벤트를 반영하여 추정한 것이다. 이러한 표본기간의 차이가 모멘텀 효과의 차이로 이어졌다고 해석할 수 있다.

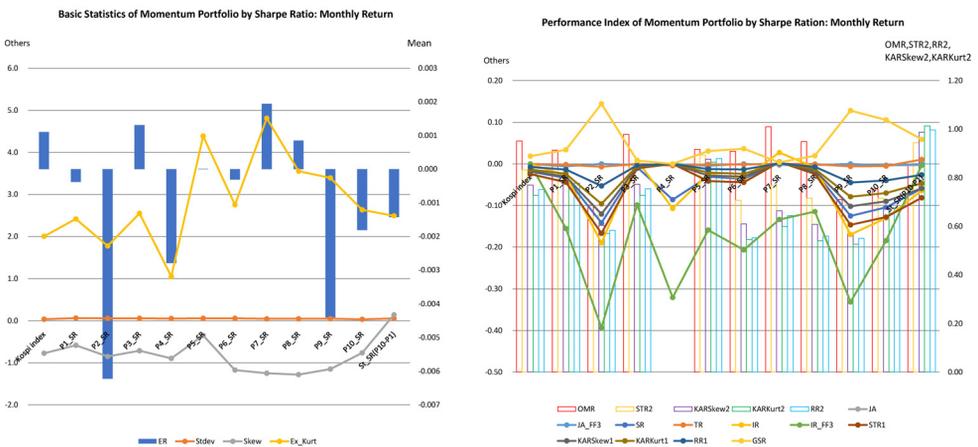
[그림 5] 샤프비율을 이용한 모멘텀 투자 전략의 성과 추정

샤프비율(SR)을 이용한 모멘텀 포트폴리오(P1~P10)의 기초통계량 및 이의 성과지표 추정치를 차례대로 제시하였다.

Panel A: Daily Return



Panel B: Monthly Return



VI. 결 론

위험조정 성과지표는 포트폴리오에 내포된 위험을 고려한 성과지표로서 포트폴리오 구축에 이를 활용함으로써 투자의 효율성을 제고시킬 수 있다. 그러나 이를 위해서는 성과지표의 신뢰성과 타당성이 전제되어야 하며 이러한 측면에서 평균-분산 기준에 입각한 MPT 성과지표는 대상 분포가 갖는 위험 및 투자자의 위험에 대한 선호를 충분히 고려하지 못한다는 한계가 있다. 이에 본 연구는 보다 일반적인 성과지표를 제시하고 이를 국내 유가증권시장을 대상으로 실증하였다. 분석 결과는 다음과 같다.

첫째, Shapiro-Wilk 검정에서 국내 유가증권시장에 상장된 종목의 약 80%가 정규분포를 기각하였다. 이는 상당수 종목이 정규분포 가정과 달리 높은 왜도 위험과 첨도 위험을 내포한다는 것을 시사한다. 반면 본 연구가 적용한 NIG 분포의 경우 기각율이 2%대로 감소하였다. 둘째, 성과지표 추정치와 종목별 기초통계량과의 횡단면 상관계수를 분석한 결과 평균수익률이 성과 척도에 가장 큰 영향을 미쳤으며 왜도와 양의 상관계수를, 첨도와 음의 상관계수를 발견하였다. 이는 절대적 위험회피(DARA)형 효용함수를 가진 투자자의 적률 선호 성향과 일치하였다. 셋째, 성과지표 사이에서는 SR, JA, JAFF3, IR, IRFF3, OMR, STR, KARSkew1, KARKurt1, RR1이 비슷한 패턴을 발견하였다. 해당 지표들은 성과 척도로서 평균수익률을 사용한다는 공통점이 있으며 상관계수의 나머지 차이는 위험 척도의 차이로 인해 발생하였다고 해석할 수 있다. 넷째, STR2, KARSkew2, KARKurt2, RR2는 상호 간에 높은 상관계수를 발견하였으며 기타 성과지표와는 상대적으로 낮은 상관계수를 발견하였다. 이는 해당 지표의 위험 척도 구간이 MPT 지표와 달리 극단적 위험 구간이라는 공통성을 갖기 때문이다. 특히 GSR은 기타 성과지표와 음의 상관계수를 발견하였으며 이는 GSR이 1~4차 적률로 구성된 종합적 성과지표라는 특성에서 기인한다. TR 역시 기타 성과지표와 낮은 상관계수를 발견하였으며 이는 베타 위험이 시장포트폴리오와의 공분산 위험으로서 대상 종목의 개별적 위험과 다르기 때문이다. 다섯째, 독립 동일 분포 가정 하에서 성과지표의 모멘텀 효과를 진단한 결과 단기 자료를 이용한 일별수익률 기준에서 성과지표가 좋을수록 평균손실률이 감소하는 패턴이 발견되었다. 그 결과 성과지표별 무비용 모멘텀 포트폴리오(P10-P1)가 시장지수 대비 높은 초과성과를 발견하였으며 이는 위험을 통제하였을 경우에도 유지되었다. 그러나 장기 자료를 이용한 월별수익률 기준의 경우에는 성과지표의 모멘텀이 발견되지 않았다.

전술한 결과로부터 현실의 금융자산의 분포는 정규분포와 달리 비대칭적 위험과 고차 적률 위험을 내포하며 투자자들 역시 평균-분산 기준으로 획일화시킬 수 없는 위험

선호체계를 갖는다. 따라서 보다 일반적인 분포와 일반적인 선호체계를 가정한 상황에서도 적용될 수 있는 포트폴리오 성과지표를 개발할 필요가 있다. 본 연구는 NIG 분포함수를 이용하여 포트폴리오의 위험을 보다 정확히 추정하고 하방위험과 고차적률 위험에 대한 투자자들의 선호체계를 반영할 수 있는 성과지표를 제시하였으며 이를 통해 국내 코스피 시장의 성과를 추정하였다는 의의가 있다. 이는 펀드를 비롯한 포트폴리오의 성과 평가에 적용될 수 있다. 투자자들은 금융자산이 갖는 위험에 대한 정확한 정보로부터 자신의 위험선호체계에 부합하는 성과지표를 선택함으로써 포트폴리오 최적화를 도모할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- 구분일, 엄영호, 추연옥, “평균-VaR 기준과 최적포트폴리오 선택”, 재무관리연구, 제26권 제1호, 2009, 165-188.
- 형남원, 한규숙, “하방위험을 이용한 위험자산의 최적배분”, 재무관리연구, 제24권 제3호, 2007, 133-152.
- 김봉준, 전두배, “고차 적률 위험을 고려한 포트폴리오 성과 평가”, 자산운용연구, 제7권 제1호, 2019, 1-23.
- Barndorff-Nielsen, O. E., “Exponentially Decreasing Distributions for the Logarithm of Particle Size,” *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, 353(1674), (1977), 401-409.
- Barndorff-Nielsen, O. E., “Normal Inverse Gaussian Distribution and Stochastic Volatility Modelling,” *Scandinavian Journal of Statistics*, 24, (1995), 1-13.
- Barndorff-Nielsen, O. E., “Processes of Normal Inverse Gaussian Type,” *Finance and Stochastics*, 2, (1998), 41-68.
- Dittmar, R. F., “Nonlinear Pricing Kernels, Kurtosis Preference, and Evidence from the Cross Section of Equity Returns,” *Journal of Finance*, 57, (2002), 369-403.
- Fama, E. F., “The Behavior of Stock-Market Prices,” *Journal of Business*, 38, (1965), 34-105.
- Fama, E. F. and K. R. French, “The Cross-Section of Expected Stock Returns,” *Journal of Finance*, 47, (1992), 427-465.
- Fishburn, P. C., “Mean-Risk Analysis with Risk Associated with Below-Target Returns,” *The American Economic Review*, 67, (1977), 116-126.
- Harvey, C. R. and A. Siddique, “Conditional Skewness in asset pricing tests,” *Journal of Finance*, 55, (2000), 1263-1295.
- Hodges, S., “A Generalization of the Sharpe Ratio and its Application to Valuation Bounds and Risk Measures,” *Working Paper*, (1998), Financial Options Research Center, University of Warwick.
- Kahneman, D. and A. Tversky, “Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk,” *Econometrica*, 47, (1979), 263-291.
- Kaplan, P. D. and J. A. Knowles, “Kappa: A Generalized Downside Risk-adjusted

- Performance Measure,” *Journal of Performance Measurement*, 8, (2004), 42–54.
- Karlis, D., “An EM type algorithm for maximum likelihood estimation of the normal inverse Gaussian distribution,” *Statistics and Probability Letters*, 57, (2002), 43–52.
- Kimball, M. S., “Standard Risk Aversion,” *Econometrica*, 61, (1993), 589–611.
- Kraus, A. and R. Litzenberger, “Skewness Preferences and The Valuation of Risky Assets,” *Journal of Finance*, 31, (1976), 1085–1100.
- Kraus, A. and R. Litzenberger, “On the distributional conditions for a Consumption Oriented three moment CAPM,” *Journal of Finance*, 38, (1983), 1381–1391.
- Markowitz, H., “Portfolio Selection,” *Journal of finance*, 7, (1952), 77–91.
- Rachev, S., T. Jasic, S. Stoyanov, and F. J. Fabozzi, “Momentum Strategies Based on Reward–risk Stock Selection Criteria,” *Journal of Banking and Finance*, 31, (2007), 2325–2346.
- Rockafellar, R. T. and S. Uryasev, “Conditional value–at–risk for general loss distributions,” *Journal of Banking and Finance*, 26, (2002), 1443–1471.
- Roy, A. D., “Safety First and the Holding of Assets,” *Econometrica*, 20, (1952), 431–449.
- Rubinstein, M. E., “The Fundamental Theorem of Parameter–Preference Security Valuation,” *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 8, (1973), 61–69.
- Shadwick, W. F. and C. Keating, “A Universal Performance measure,” *Journal of Performance Measurement*, 6, (2002), 59–84.
- Sharpe, W. F. “Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk,” *Journal of Finance*, 19, (1964), 425–442.
- Sortino, F. A. and L. N. Price, “Performance Measurement in a Downside Risk Framework,” *Journal of Investing*, 3, (1994), 59–65.
- Spurgin, R. B., “How to Game Your Sharpe Ratio,” *Journal of Alternative Investments*, 4, (2001), 38–46.
- Stutzer, M., “A Portfolio Performance Index,” *Financial Analysts Journal*, 56, (2000), 52–61.
- Treynor, J. L. and F. Black, “How to Use Security Analysis to Improve Portfolio Selection,” *Journal of Business*, 46, (1973), 66–86.
- Zakamouline, V. and S. Koekebakker, “Portfolio Performance Evaluation with Generalized Sharpe Ratio: Beyond the Mean and Variance,” *Journal of Banking and Finance*, 33, (2009), 1242–1254.

THE KOREAN JOURNAL OF FINANCIAL MANAGEMENT
Volume 37, Number 4, December 2020

Portfolio Performance Evaluation based on Post Modern Portfolio Theory

Bong-Jun Kim*

〈Abstract〉

This study divides risk defined as mean preserving spread into loss risk and gain risk. I present risk-adjusted performance indicators based on their ratio and compare them with traditional performance indicators. The empirical results are summarized as follows.

First, about 80% of the stocks listed on KOSPI market rejected normal distribution hypothesis through Shapiro-Wilk test. On the other hand, only 2% of those stocks rejected normal-inverse Gaussian(NIG) distribution that is known to capture skewness and kurtosis risk. Second, from cross-sectional correlation analysis between performance indicators and basic statistics of each stock, most of performance indicators found positive correlation with mean, positive correlation with skewness, and negative correlation with kurtosis. This is congruent with moment preferences of DARA(decreasing absolute risk aversion) type investors. Third, it was found that there existed momentum effect in the short-term daily KOSPI market because expected loss decreased systematically according to performance index.

These results imply that general risk-reward ratio beyond mean-variance criteria should be developed for portfolio optimization and market efficiency. Post modern performance indicators based on the exact distribution will improve the efficiency of investment and financial market by providing more accurate information about risk-reward ratio.

Keywords : Normal-inverse Gaussian Distribution, Omega Ratio, Sortino Ratio, Kappa Ratio,
Generalized Sharpe Ratio

* Professor, Department of Business Administration, Gyeongsang National University,
E-mail: bongjunkim1@gnu.ac.kr