

Information content of the KOSPI200 Option Volatility

Sang Won Hwang

Pukyong National University, Busan, Korea

Abstract

The method of estimating Future volatility(FV) is a forecast using information of historical price and option price that reflect market participants' expectations. When we make use of option price, usually apply Black-Scholes formula to forecasting volatility that is implied volatility.

Following prior research on forecasting future volatility, implied volatility are highly correlated with realized volatility(RV) than historical volatility(HV) and more effective information.

But Black-Scholes implied volatility(BSIV) has been criticized on two reason. First, implied volatility has been raised a question because option price of Black-Scholes formula is different than market price. Second, BSIV include only a part of information out of market price. Since all researcher use only BSIV of at-the-money option, doesn't consider any other information that is in-the-money and out-of-money option.

We derive the implied volatility from information of volatility and option price building on the work of Britten-Jones and Neuberger(2000). Volatility formula is made rather a function of option price in the market than any particular model, then it is called model-free implied volatility(MFIV). As MFIV is not based on any special model and available strike price in the market is used to estimate, this is a efficient implied volatility solving two problems. Jiang and Tian(2005) found that MFIV is more efficient forecast for RV than BSIV and HV in the SPX option.

In this article, we empirically test the forecasting ability and information content of implied volatilities(MFIV and BSIV) and historical volatility(HV) with KOSPI200 index option. And then we also found that MFIV is more efficient than BSIV and HV on information content.

KOSPI200옵션 변동성의 정보효율성에 관한 연구

황 상 원(부경대학교)+

< 요약 >

미래 변동성을 추정하는 방법으로는 과거의 가격정보를 이용하여 통계적으로 추정하는 방법과 시장에서 형성된 옵션가격으로부터 투자자들이 예측한 미래변동성을 추정하는 방법이 있다. 옵션가격을 이용하는 방법에는 주로 블랙-숄즈 옵션가격 공식이 사용되어 왔으며 내재변동성(implied volatility, IV)으로 알려져 왔다.

이들 추정치들의 미래변동성에 대한 예측력을 연구한 논문들에 따르면 대체로 과거변동성(historical volatility, HV)보다는 내재변동성이 사후적으로 실제 자료로부터 구한 실현변동성(realized volatility, RV)과 더 높은 상관관계를 보이고 있어 정보효율성이 더 높은 것으로 평가되고 있다.

그러나 블랙-숄즈 모형을 이용하여 구한 내재변동성(Black-Scholes implied volatility, BSIV)는 두 가지 측면에서 비판을 받아왔다. 첫째, 블랙-숄즈 모형이 시장에서 형성된 옵션의 가격을 설명하는 것과는 괴리가 있기 때문에 그로부터 구한 내재변동성의 유용성에 대한 의문이 제기되고 있다. 둘째, 시장에서 관찰 가능한 옵션 중 일부 옵션만을 이용한다는 점이다. 연구자들은 주로 등가격 옵션으로부터 구한 BSIV만을 이용하고 있어 다른 내가격이나 외가격 옵션이 갖고 있는 정보는 무시되고 있다는 것이다.

본 연구에서는 Brittem-Jones and Neuberger(2000)가 제시한 변동성과 옵션가격간의 관계를 이용하여 옵션가격에 내재된 변동성을 구하고자 한다. 그들이 제시한 변동성 공식은 어떤 특정한 모형에 의존하지 않고 관찰 가능한 옵션의 가격만의 함수로 나타내는 관계로 모델프리 내재변동성(model-free implied volatility, MFIV)이라 불린다. MFIV는 모형에 의존하지 않으면서 모든 옵션가격을 이용하기 때문에 BSIV가 갖는 두 가지 문제점을 해결한 내재변동성이라 할 수 있다. Jiang and Tian(2005)은 미국의 SPX 옵션을 이용하여 MFIV를 추정한 결과 HV나 BSIV보다 RV에 대한 예측력이 우월하다는 것을 밝히고 있다.

본 연구에서는 국내 KOSPI 200 지수옵션가격의 MFIV를 구하여 BSIV와 HV를 비교분석하였으며, 그 결과 국내에서도 MFIV가 HV나 BSIV보다 정보효율성 측면에서 우월한 것으로 나타났다.

핵심단어 : 과거변동성, 미래변동성, 실현변동성, 내재변동성, 블랙-숄즈 내재변동성, 모델프리 내재변동성

+ 연락담당 저자. 주소: 부산광역시 남구 대연3동 부경대학교 경영대학 국제통상학부
E-mail : sangwonh@pknu.ac.kr ; Tel: (051)620-6520, Fax: (051)622-6326

1. 서론

위험은 금융 계량적 측면에서는 흔히 변동성(volatility)이 대표적 측정 기준이 되고 있다. 변동성이란 어떤 시계열변수가 평균을 중심으로 분산된 정도를 측정하는 개념으로 사용되며 변동성이 큰 기초자산은 작은 자산에 비해 시간이 흐름에 따라 변화될 확률이 높고, 이에 따라서 위험이 커진다는 것이다. 일반적으로 금융 계량학적 측면에서는 변동성을 표준편차(standard deviation)로 측정하지만 시계열분석 등 금융공학의 발전에 힘입어 다양한 변동성 측정방법이 개발되고 있다.

기초자산을 헤징(hedging)하는 수단으로서 옵션은 최근 가장 많이 이용되고 있는 방법으로 알려져 있다. 옵션은 미래시점의 자산 가치를 현재 시점에서 예상할 수 있도록 미래에 기초자산의 매수 및 매도할 수 있는 권리를 매매하는 것이라 할 수 있다. 따라서 기초자산의 헤징 수단으로써의 옵션의 가격은 위험을 조정하기 위한 비용으로 판단할 수 있기 때문에 정확한 옵션가격의 산출이 대단히 중요한 사안이 된다.

변동성을 추정하는 방법으로서는 우선 과거의 가격정보로부터 계산된 과거변동성(HV; historical volatility)을 이용하여 미래변동성을 추정하는 방법과 옵션시장에서 형성된 옵션가격으로부터 계산된 내재변동성(IV; implied volatility)을 이용하는 방법이 이용되고 있다. 그리고 본 연구에서는 측정된 옵션가격을 사용한 모델프리내재변동성(MFIV; model-free implied volatility)을 도입한다. 과거변동성은 가격의 분산을 시간의 흐름에 따라 계산을 하는 것이고, 내재변동성은 블랙-숄츠(BS; Black-Scholes) 옵션가격결정모형을 이용해 반복탐색절차(iterative search procedure)로 계산한다. 이에 반해 MFIV는 어떤 특정의 모형에 의존하지 않고 계산된 옵션가격을 만기기간까지 적분함으로써 변동성을 산출한다.

옵션가격이 기초자산의 미래 움직임에 대한 시장참가자의 기대를 반영하기 때문에 옵션가격에 내재된 변동성은 과거변동성보다 우위의 정보로 이해되어 왔다. 옵션시장이 효율적이고 BS 모형이 정확하다면 내재변동성은 과거변동성이 가진 모든 정보를 함축하고 미래변동성에 대한 보다 효율적인 추정을 제공할 것이라 생각된다.

본 연구에서는 기존에 가장 많이 이용되고 있는 블랙-숄츠모형의 내재변동성이 가지고 있는 정보효율성과 미래변동성(FV; future volatility) 추정의 성과를 과거변동성(HV; historical volatility)과 비교할 것이며, 내재변동성의 새로운 도출방법인

MFIV를 이용한 변동성 추정의 성과를 함께 비교하게 될 것이다.

Day and Lewis(1992), Lamoureux and Lastrapes(1993), Jorion (1995) and Fleming(1998)의 선행연구에 따르면, 내재변동성(IV)은 미래변동성(FV)에 대한 예측력을 가졌다는 가설을 증명하고 내재변동성이 미래실질변동성에 대한 편의추정치(biased estimator)임을 밝혔다. 그러나 내재변동성의 정보범위에 관한 이전의 모든 연구들은 등가격의 블랙-숄즈 내재변동성(BSIV; Black-Scholes Implied Volatility)에 초점이 맞춰져 있다. 따라서 기존의 연구들은 다른 옵션들이 가지고 있는 정보를 구체화하지는 못했다.

본 연구는 기존의 옵션가격결정모형의 대안으로 내재변동성 측정방법을 사용하여 옵션시장의 정보효율성에 대한 직접적인 실험을 한다. 이는 블랙-숄즈 내재변동성(BSIV; Black-Scholes Implied Volatility)이 간과하고 있는 옵션들의 폭넓은 정보를 포함하게 될 것이다. 이 MFIV는 내재분포에 관한 Breeden and Litzenberger(1978), Derman and Kani(1994,1998), Rubinstein(1994, 1998), Derman, Kani, and Chriss(1996), and Ledoit and Santa-Clara(1998)의 초기연구에 기초하여 Britten-Jones and Neuberger(2000)에 의해 도입되었다. 전통적인 내재변동성 개념과는 다르게 MFIV는 어떤 특정한 옵션가격 모형을 도입하지 않는다. Britten-Jones and Neuberger(2000)는 현재일과 미래일간 적분된 무위험 수익률분산을 만기일 옵션가격으로 계산하였다. George J. Jiang and Yisong S. Tian(2005)은 MFIV를 자산가격으로 그 범위를 확대하고 이를 옵션시장의 정보효율성에 적용하였다. 그리고 MFIV가 BSIV와 HV가 가지는 모든 정보를 포함하고 있으며 미래변동성(FV; Future Volatility) 추정을 위한 보다 효율적인 방법임을 보였다.

본 연구에서는 옵션가격결정모형과 옵션변동성추정의 다양한 분석방법을 이용하여 KOSPI200 주가지수옵션시장에서의 옵션가격 및 내재변동성의 정보범위 및 추정성과를 비교하고자 한다.

2. Model-Free Implied Volatility

Britten-Jones and Neuberger(2000)의 방법에 따르면 옵션의 만기 T 시점까지의 선도가격의 분산은 식(1)과 같이 나타내진다.

$$E_0^F \left[\int_0^T \left(\frac{dF_t}{F_t} \right)^2 \right] = 2 \int_0^\infty \frac{C^F(T, K) - \max(0, F_0 - K)}{K^2} dK \quad (1)$$

여기서 상첨자 F는 선도확률척도(forward probability measure)를 사용했음을 의미하고 F_t 는 선도가격을 나타낸다. $C^F(T, K)$ 는 만기가 T이고 행사가격이 K인 선물옵션의 가격을 나타낸다.

식(1)은 자산수익률 분산과 옵션가격 사이의 모델프리(model-free) 관계를 제공하며, 식(1)의 우측 식의 루트제곱(square root)을 모델프리내재변동성(MFIV; Model-Free Implied Volatility)이라 한다.

이 식은 무한 행사가격 구간에 대한 옵션가격의 적분이기 때문에 옵션가격이 모든 행사가격에 적용가능하다면 계산에 적용된 적분은 수치적 적분방법을 사용하여 계산하는 것이 정확하다. 그러나 현실적으로 한정된 행사가격만이 시장에서 거래되고 있기 때문에 일정한 행사가격 범위를 넘어서는 구간은 적분계산에서 제외된다. 즉, 무한 행사가격범위에서 이용 가능한 행사가격 범위만큼을 절단해서 계산해야 되고 식(2)에서처럼 행사가격분포의 꼬리부분을 무시하여 근사치계산을 하게 되면 절단에러(truncation error)가 발생하게 된다. 절단에러는 MFIV 계산이 부정확하게 되는 요인이 된다.

$$2 \int_{K_{min}}^{K_{max}} \frac{C^F(T, K) - \max(0, F_0 - K)}{K^2} dK \quad (2)$$

George J. Jiang and Yisong S. Tian(2005)의 연구에 따르면, 무한 행사가격을 적용할 수 없기 때문에 행사가격의 양쪽 상한선을 설정하여 절단점(truncation point)을 도출한 후 적용가능 행사가격 범위를 정한다+. 이에 본 연구에서는 양쪽 절단점을 F_0 에서 3SDs 만큼으로 설정하여 적용하였다.

일정 행사가격범위의 옵션가격변화를 도출하여 MFIV를 계산하기 위해서 식(2)를 수치적분(numerical integration)을 해야 한다. 행사가격 범위를 가능한 범위만큼 넓혀서 적분하면 식(3)이 도출된다. 그러나 수치적분법은 ΔK 간격에 따라 이산화에러(discretization errors)를 발생시키고 ΔK 의 간격이 넓을수록 에러는 가

+ George J. Jiang and Yisong S. Tian(2005)는 절단점이 F_0 에서 2SDs(standard deviations) 이상이면 그 범위를 넘어서는 부분의 절단에러(truncation error)는 무시해도 될 만큼 미약함을 증명했다.

증되는 것으로 알려져 있다.

$$2 \int_{K_{\min}}^{K_{\max}} \frac{C^F(T, K) - \max(0, F_0 - K)}{K^2} dK \approx \sum_{i=1}^m [g(T, K_i) + g(T, K_{i-1})] \Delta K \quad (3)$$

$$\text{where } \Delta K = (K_{\max} - K_{\min})/m$$

$$K_i = K_{\min} + i\Delta K \quad (0 \leq i \leq m)$$

$$g(T, K_i) = [C^F(T, K_i) - \max(0, F_0 - K_i)]/K_i^2$$

George J. Jiang and Yisong S. Tian(2005)의 연구에 따르면, 이산화에러의 정도를 측정하기 위해서 SD(standard deviation)의 크기에 따른 ΔK 를 추정된 결과, 이산화에러는 ΔK 가 줄어들수록 급격하게 축소되었다+. 이에 본 연구에서는 $\Delta K \leq 0.30SDs$ (or $m = 61$)로 이산 간격을 설정하여 적용하였다.

현재시점에서 이용 가능한 가격으로 MFIV를 적용하기 위해 미래가격으로 정의되어 있는 식(1)을 미래가치를 할인한 현재가치로 변환하여 식(4)처럼 수정하였다++.

$$E_0^F \left[\int_0^T \left(\frac{dF_t}{F_t} \right)^2 \right] = 2 \int_0^\infty \frac{C[T, K/B(0, T)] - \max(0, S_0 - K)}{K^2} dK \quad (4)$$

이제까지 $[K_{\min}, K_{\max}]$ 범위에 어떤 행사가격의 옵션가격이든 이용 가능하다는 가정을 했다. 즉, 모든 행사가격 K_i ($0 \leq i \leq m$)의 콜옵션가격이 사용가능해야 한다. 그러나 실제 거래에서는 일정한 행사가격만이 제공되므로 ΔK 의 이산화 증가를 위해서 추가적인 행사가격을 보간(interpolate)해야 된다. 본 연구에서는 이를 위해 큐빅스플라인(cubic spline)을 적용한 커브피팅방법(curve-fitting method)을

+ 이들의 연구에서는 $\Delta K \leq 0.35SDs$ (or $m \geq 20$)인 경우에 이산화에러는 무시할 정도로 미약하다.

++ 정해진 금리와 무배당의 가정 하에서 미래자산가격을 $F_t = S_t/B(t, T)$, $B(t, T)$ 는 만기까지의 채권금리, 미래옵션가격은 $C^F(T, K) = C(T, K)/B(t, T)$ 로 적용한다.

내재변동성에 적용 한다+. 즉, 샘플에서 이용 가능한 콜가격으로 BS모형을 이용해 내재변동성을 계산한다. 계산된 BSIV로 커브피팅방법을 이용해 이용 가능한 행사 가격 범위의 함수를 산출한다. 그 다음 함수를 이용해 ΔK 당 내재변동성을 추출하고 추출된 내재변동성을 BS모형을 이용해 다시 콜옵션가격을 계산한다.

커브피팅방법은 이용가능한 행사가격 간 옵션가격을 보간하는 데만 효율적인 방법이다. 그런데 이용가능한 행사가격의 범위가 모든 거래일에 충족할 만큼 넓지 못하기 때문에 이 범위를 넘어선 행사가격의 옵션가격을 산출하기 위해서는 외삽(extrapolate)법을 이용해야 한다. 본 연구에서는 이용 가능한 행사가격 범위를 넘어선 구간의 외삽을 위해서 절단점(truncation point)의 내재변동성을 이용한다. 즉, 변동성함수는 최대 및 최소 행사가격 이상은 상수(constant)로 간주한다. 물론 이것은 절단에러와는 다른 에러를 유발시키지만 절단방법은 절단점 이상의 행사가격을 간과하기 때문에 외삽법은 절단점 행사가격의 내재변동성을 이용해 그 가격들을 근사시킴으로써 옵션에 결합되게 한다.

본 연구에서는 식(3)을 이용해 MFIV를 계산하기 위해 이용가능한 행사가격 범위 내에서는 이산 행사가격을 위해서 커브피팅방법으로 보간을 하고, 최대 및 최소 범위를 넘어선 구간의 행사가격을 위해서는 외삽법을 이용한다.

3. 자료 및 연구방법

KOSPI200 데이터는 증권선물거래소에서 구했고 이자율은 한국은행의 CD금리를 이용했다. 샘플기간은 2002년 4월부터 2006년 12월이다.

KOSPI200 주가지수옵션을 본 연구에 적용하기 위해서 몇 가지 기준을 적용했다. 첫째, 오후 1시에서 2시 50분까지의 자료만 이용했다. 둘째, 옵션가격의 하한선 기준을 넘어선 가격은 제외시켰다. 셋째, 자료의 부족으로 풋-콜패리티(put-call parity)를 이용해 풋옵션가격을 콜옵션가격으로 전환하였다. 넷째, 기준일의 일일당 내재변동성표면(Implied volatility surface)을 구성하기 위해 최종 옵션거래를 사용하였다.

MFIV와 BSIV는 현재시점의 변동성이다. MFIV는 현재시점을 기준으로 30일을 경과한 고정된 만기일을 가진 변동성으로 식(3)으로 계산하고, BSIV는 MFIV와 동일하게 고정된 만기에 내재변동성표면(volatility surface)에서 바로 추출된다. 과

+ Bates(1991) and Campa, Chang, and Reider(1998)

거변동성(HV; historical volatility)과 미래변동성(FV; future volatility)도 30일 만기를 기준으로 산출한다. 이들 변동성은 내재변동성의 예측능력과 정보범위의 효율성을 비교하기 위한 변동성이다. HV는 최근일의 변동성이 미래변동성에 대한 가장 밀접한 정보를 담고 있다는 마코브 프로세스(Markov process)를 가정하고 최근일 실현변동성을 과거변동성의 대용치(proxy)로 사용한다. 미래변동성(FV; future volatility)은 현재시점을 기준으로 30일 동안의 실현변동성(RV; realized volatility)을 기준으로 적용된다. 본 연구에서는 Ait-Sahalia, Mykland, and Zhang(2005)처럼 월별 이상의 RV에는 30분 지수수익률을 사용하고, HV의 대용치가 되는 현재일 전일의 RV 계산에는 5분 지수수익률을 사용하여 기간 $[t, t + \tau]$ 동안의 연율 표시 실현 분산으로 다음과 같이 계산했다+.

$$V_{t,\tau} = \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^n R_i^2 + \frac{2}{\tau} \sum_{h=1}^l \left(\frac{n}{n-h} \right) \sum_{i=1}^{n-h} R_i R_{i+h} \quad (5)$$

여기서, R_i 는 i 번째 간격 동안의 지수 수익률, n 은 그 기간 총 간격 개수, l 은 수정조건(correction terms)으로서 지수수익률이 자기상관 관계를 보일 경우 $l = 1$ 로 하고, 자기상관 관계가 없을 경우 $l = 0$ 을 적용한다++.

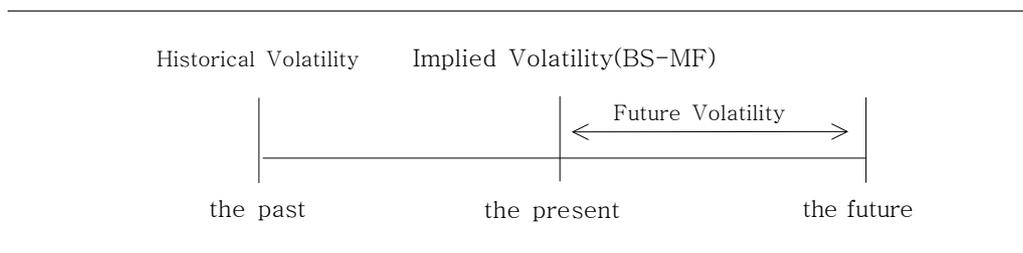


Figure 1
Term structure of volatility

각 변동성의 기간구조는 <Figure 1>과 같다. 즉, 매월 만기일 다음 주 수요일을

+ French, Schwert, and Stambaugh, Zhou, and Hansen and Lunde 등에 의해 제안된 수정모형 (correction method)이다. 이것은 일중수익률의 자기상관 문제를 해소하기 위해 제안된 방법이다.

++ 기초자산인 KOSPI200지수의 5분 수익률과 30분 수익률의 자기상관 관계를 분석한 결과 자기상관이 없는 것으로 나타나 본 연구에서는 $l = 0$ 을 적용하여 식(5)를 계산한다.

현재시점으로 하여 BSIV 및 MFIV를 계산하고, 현재시점의 하루 전일을 과거시점으로 HV를 구하고, 현재시점을 기준으로 30일 경과한 날을 미래시점으로 하여 FV를 산출한다.

Table 1
Summary Statistics of 30-day volatility series

	RV	MFIV	BSIV	HV
Mean	0.2243	0.1995	0.2393	0.2881
Median	0.2145	0.1849	0.2227	0.2384
Maximum	0.3395	0.3274	0.4070	0.9109
Minimum	0.1055	0.1124	0.1206	0.1118
Std. Dev.	0.0725	0.0551	0.0736	0.1464
Skewness	0.5600	0.6155	0.5167	1.8355
Kurtosis	2.5721	2.3186	2.3451	7.7250
N	56	56	56	56

RV, MF, BS, HV are the realized volatility, the model-free implied volatility, the Black-Scholes implied volatility, the historical volatility respectively. N is the sample size. All volatility are expressed in annualized percentage terms.

Table 2
Correlation matrix of 30-day volatility

	RV	MFIV	BSIV	HV
RV	1.0000			
MFIV	0.8055	1.0000		
BSIV	0.7727	0.9718	1.0000	
HV	0.5889	0.6870	0.6616	1.0000

RV, MF, BS, HV are the realized volatility, the model-free implied volatility, the Black-Scholes implied volatility, the historical volatility respectively.

Table 1은 RV, MFIV, BSIV, HV에 대한 월별(30일) 기본 통계치를 나타낸다. BSIV에 대해서는 등가격옵션만 고려하고 있다. 평균 및 표준편차 등 전체적인 표

준통계량이 RV와 BSIV가 비슷한 값을 보이고 있고, MFIV는 대부분의 통계치에서 가장 낮은 값을 나타내고 있다. 특히 표준편차는 RV와 BSIV보다 약 0.05와 0.1 정도의 변동성 성향이 낮음을 보이고 있다.

Table 2 는 RV, MFIV, BSIV, HV에 대한 월별(30일) 변동성의 상관행렬을 요약하고 있다. 전체적으로 모든 BSIV 변동성은 MFIV와 약 0.97 정도의 밀접한 관계를 보이고 있고, HV와 다른 모든 변동성은 0.5~0.6 정도의 약한 상관관계를 나타내고 있다. RV와 각 변동성의 관계를 살펴보면, MFIV가 0.8 정도의 값을 보임으로서 BSIV와 HV의 0.77 및 0.58 에 비하여 상대적으로 강한 상관관계를 나타내고 있다.

전체적으로 이런 결과는 MFIV가 BSIV에 비해 RV와 상대적으로 강한 상관관계를 보이고 있으며, MFIV와 BSIV는 상관관계가 밀접하지만 BSIV의 변동성이 더 활발하기 때문에 RV에 더 근접변동을 하고 있음을 알 수 있다. 따라서 두 내재변동성 시리즈는 RV에 대해 서로 다른 정보를 내포하고 있음을 짐작할 수 있다.

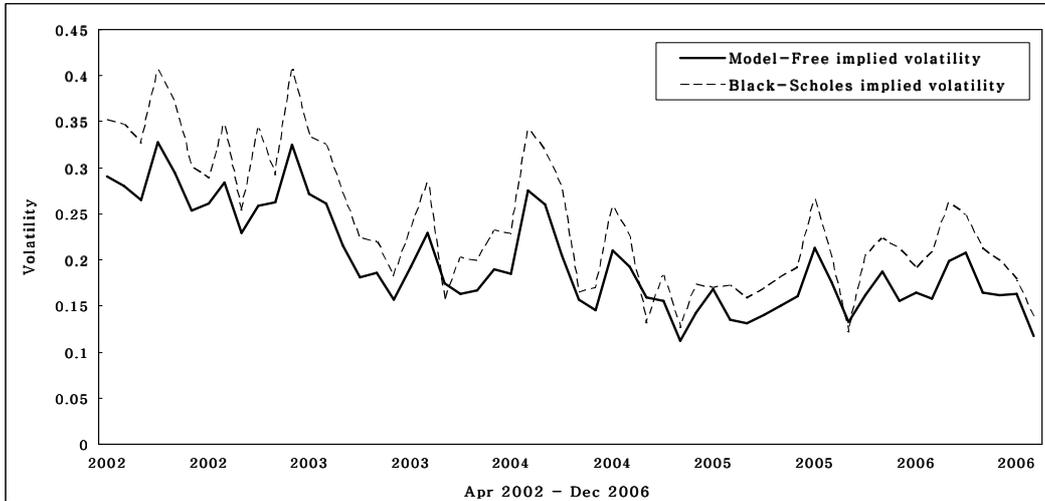


Figure 2
Time-series plot of the model-free and at the money Black-Scholes implied volatilities

The figure plots the time series of the 30-day model-free and at the money Black-Scholes implied volatilities over the sample period from April 2002 to December 2006. The two implied volatilities are calculated using the implied volatility surface.

4. 내재변동성의 정보범위

내재변동성과 관련한 많은 연구들이 이루어져 왔다. 초기의 연구는 다양한 결과를 보였지만 최근 연구들은 BSIV가 HV보다 FV추정에 효율적인 방법임을 증명해왔다. 그러나 또한 BSIV가 FV에 대한 편의추정치(biased estimator)임을 밝혀왔다. 기존의 연구들은 하나의 옵션이나 또는 유사한 옵션들의 가격으로 계산한 점추정(point estimate)으로 일관해왔다. 따라서 다른 옵션에 포함된 정보나 점추정으로 인한 손실되는 정보는 측정할 수 없었기 때문에 그런 변동성 측정을 기초로 하는 연구들은 정보효율성을 기각하는 쪽으로 편의가 발생했던 것 같다. 본 연구에서는 모든 행사가격의 옵션에 있는 정보를 합하여 변동성의 정보효율성을 판단하는 MFIV를 선보이고, MFIV가 함유하고 있는 정보가 보다 효율적이고 폭넓은 정보를 포함하고 있을 것을 예상한다. 따라서 본 연구에서는 선행연구에 본 연구를 접목하기 위해서 FV의 대응치인 RV의 추정에 MFIV, BSIV, HV의 3가지 변동성 예측치를 비교할 것이다.

변동성 예측의 정보량 분석을 하는데 일원회귀분석(univariate regression)과 결합회귀분석(encompassing regressions)을 도입한다. 단일변수 회귀분석에서는 RV 추정에 단일 변동성 예측치를 회귀분석 한다. 이에 반해 두 개 혹은 그 이상의 변동성 예측치를 회귀분석에서 설명변수로 사용하는 것이 결합회귀분석이다. 단일변수 회귀분석은 하나의 변동성 예측치의 정보량과 예측능력에 중점을 두지만 복수변수 회귀분석은 변동성 예측치의 상대적 중요성과 하나의 변동성 예측치가 다른 변동성 예측치들이 보유하고 있는 모든 정보를 함유하고 있는 지를 설명한다.

$$\sigma_{t,\tau}^{RE} = \alpha_{x,\tau} + \beta_{x,\tau}^{MF} \sigma_{t,\tau}^{MF} + \beta_{x,\tau}^{BS} \sigma_{t,x,\tau}^{BS} + \beta_{x,\tau}^{HV} \sigma_{t,\tau}^{HV} + \epsilon_{t,x,\tau} \quad (6)$$

여기서, σ 는 자산수익률의 변동성이다. 첨자 RE, MF, BS, HV는 각각 RV, MFIV, BSIV, HV를 의미하고, t, x, τ 는 관측일, 머니니스(moneyness), 만기이다. 식(6)은 모든 변수들을 설명변수로 사용하는 결합 회귀분석을 설명하고 있다. 이 식에서 변수를 제외시킬 경우 단일변수 회귀분석이 된다.

본 연구에서 변동성이 가진 정보와 관련한 여러 가지 가설을 제시하고 회귀분석으로 그 가설의 결과를 채택하게 될 것이다. 즉, 일원회귀분석과 결합회귀분석의 경우로 분리해서 귀무가설을 설정하게 된다.

일원회귀분석의 경우 귀무가설을 보면,

$$H_0 : \alpha = 0 \text{ and } \beta^j = 1 (j = MFIV, BSIV, HV)$$

결합회귀분석의 경우 귀무가설을 보면,

$$H_0 : \alpha = 0 \text{ and } \beta^{MFIV} = 1 \text{ and } \beta^{BSIV} = 0 ,$$

$$H_0 : \alpha = 0 \text{ and } \beta^{MFIV} = 1 \text{ and } \beta^{HV} = 0 ,$$

$$H_0 : \alpha = 0 \text{ and } \beta^{BSIV} = 1 \text{ and } \beta^{HV} = 0 ,$$

$$H_0 : \alpha = 0 \text{ and } \beta^{MFIV} = 1 \text{ and } \beta^{BSIV} = 0 \text{ and } \beta^{HV} = 0$$

일원회귀분석에서 각 변수가 실현변동성에 대한 어떤 정보도 포함하고 있지 않다면 추정계수가 영(0)이 될 것이고, 실현변동성의 불편추정치라면 계수가 1이 되고 상수는 영(0)이 될 것이다.

결합회귀분석에서는 결합된 MFIV와 BSIV, MFIV와 HV, BSIV와 HV, 그리고 MFIV 및 BSIV와 HV로 분리하여 각각의 결합변수들과 RV의 효율적인 추정치가 되는지를 설명하는 것이다. 추정계수가 1이면 RV의 불편추정치가 되고 추정계수가 0이면 편의추정치가 된다. 예를 들면, 결합회귀분석의 귀무가설 첫 번째의 경우 기각이 되면 MFIV는 RV에 대한 편의추정치(biased estimator)이고 BSIV에 대한 모든 정보를 포함하고 있지 않다고 판단할 수 있다. 반면에 귀무가설이 채택이 되면 MFIV는 RV에 대한 불편추정치(unbiased estimator)이며 BSIV에 포함되어 있는 모든 정보를 보유하고 있다고 판단할 수 있다.

Figure 1에서 설명하는 기간구조에 따라 만기 30일 기준의 단일변수와 복수변수의 회귀분석의 결과가 Table 3에 제시되어 있다. MFIV와 HV는 만기의 함수인데 반해 BSIV는 만기와 머니니스의 함수이기 때문에 BSIV 변동성은 등가격(at the money)만 나타내고 있다. 추정변수 아래 괄호 안의 값은 각 변수의 t-value와 p-value를 표시하고 있다. 전체적으로 회귀분석의 귀무가설은 기각되고, DW 통계치는 HV의 일원회귀분석의 경우를 제외하고는 대체로 안정적(stationary)이다.

회귀분석의 결과를 살펴보면, 먼저 일원회귀분석의 경우에는 첫째, 변동성 예측이 RV에 대한 어떠한 정보도 담고 있지 않다면 계수(β)가 영(0)이 되어야 하지만 각 계수들은 영(0)과 유의적으로 다르다. 이는 3개 변동성 추정치 모두가 RV에 대한 중요한 정보를 담고 있음을 의미한다.

Table 3
Univariate and encompassing regressions of 30-day volatility(OLS)

N	α	β^{MFIV}	β^{BSIV}	β^{HV}	Adjusted R^2	DW	F-value	prob
56	0.01 (0.5961) (0.5536)	1.06** (9.9880) (0.0000)			0.64	1.99	99.76	0.0000
56	0.04 (1.9824) (0.0525)		0.76** (8.9456) (0.0000)		0.59	2.05	80.02	0.0000
56	0.14** (7.9889) (0.0000)			0.29** (5.3548) (0.0000)	0.33	1.30	28.67	0.0000
56	0.01 (0.4176) (0.6779)	1.29** (2.8493) (0.0062)	-0.18 (-0.5232) (0.6030)		0.64	1.97	49.35	0.0000
56	0.02 (0.6947) (0.4903)	1.00** (6.8006) (0.0000)		0.03 (0.6035) (0.5488)	0.64	2.01	49.47	0.0000
56	0.04* (2.0720) (0.0432)		0.67** (5.9388) (0.0000)	0.07 (1.2041) (0.2339)	0.59	2.04	41.07	0.0000
56	0.01 (0.5171) (0.6072)	1.22* (2.5978) (0.0122)	-0.17 (-0.4995) (0.6195)	0.03 (0.5815) (0.5634)	0.63	1.98	32.60	0.0000

The model-free implied volatility, at-the-money Black-Scholes implied volatility and one day historical volatility are used in the regressions. The numbers in parentheses below the parameter estimates are t-value and p-value. The F test is for the joint hypothesis $H_0: \alpha = 0$ and $\beta^j = 1$ ($j = MFIV, BSIV, HV$) in univariate regressions, and for the joint hypothesis $H_0: \beta^{MF} = 1$ and $\beta^{BS} = 0$, or $H_0: \beta^{MF} = 1$ and $\beta^{HV} = 0$, or $H_0: \beta^{BS} = 1$ and $\beta^{HV} = 0$, or $H_0: \beta^{MF} = 1$ and $\beta^{BS} = \beta^{HV} = 0$ in encompassing regressions. The test statistics are reported with the p-values beside the statistic.

*, ** indicate that the leading term β coefficient of the regressions significantly different from one at the 5% and 1% level.

둘째, 주어진 변동성 추정이 RV에 대한 불편추정치라면 계수(β)는 1이 되고 상수(α)는 영(0)이 될 것이라는 귀무가설을 기각하고 있다. 그러나 모든 계수는 제로(0)가 아니기 때문에 각 계수가 RV에 대한 일정부분의 정보를 가지고 있다는

것을 나타낸다. 정확히 살펴보면, RV에 대한 각 변동성의 정보함유 정도가 MFIV가 0.64정도로 가장 많은 정보를 가지고 있는 것을 알 수 있다. 여기서 MFIV의 상대적으로 높은 R^2 는 BSIV를 기본으로 한 선행연구들이 내재변동성의 정보를 축소 평가했다는 것을 의미한다. 즉, 여러 가지 행사가격의 옵션 정보를 포함하고 있는 MFIV는 BSIV보다 RV에 대한 많은 정보를 가지고 있다고 할 수 있다.

결합회귀분석의 경우, BSIV와 HV의 가설은 기각되었다. 즉, BSIV 계수가 1이라는 귀무가설을 완전히 기각하고 있기 때문에 BSIV는 RV에 대한 편의추정치이고 HV가 가진 모든 정보를 포함하고 있지 못하다는 것을 알 수 있다. HV 계수 또한 영(0)이라는 귀무가설을 기각하지 못함으로써 HV가 가진 모든 정보가 BSIV에 포함되어 있다고 할 수 없다. 그러나 R^2 통계치가 0.59임으로 RV의 정보 추정 일정부분은 성과를 가질 수 있다는 것을 알 수 있다.

MFIV를 포함한 결합회귀분석의 결과를 살펴보면, BSIV와 HV만 각각 포함하고 있는 회귀분석의 경우 BSIV와 HV의 계수가 영(0)이라는 귀무가설을 기각하지 못함에 따라 각 변수가 가지고 있는 모든 정보가 MFIV의 정보에 포함되어 있다고 할 수 없고, 결합회귀의 귀무가설은 기각이 됨에 따라 MFIV가 RV의 불편추정치가 아님을 나타내고 있다. 그러나 BSIV의 경우와 마찬가지로 R^2 통계치가 0.64로서 MFIV가 완전한 불편추정치는 아니지만 RV가 가진 정보를 64% 정도는 추정할 수 있음을 알 수 있다. 또한 BSIV가 포함된 결합회귀의 결과와 비교해 보면 MFIV가 포함된 결합회귀의 결과보다 더 나은 결과를 나타내지 못함에 따라 RV 추정 효율성 측면에서는 MFIV 추정치가 BSIV의 추정치보다는 성과가 좋을 수 있다.

마지막으로 MFIV, BSIV, HV가 모두 포함된 결합회귀분석의 결과를 살펴보면, BSIV 계수와 HV의 계수가 영(0)이라는 귀무가설을 기각하지 못함에 따라 이들이 가지고 있는 모든 정보를 MFIV가 포함하고 있다고 할 수 없다. 그리고 MFIV의 계수가 1이라는 귀무가설이 기각됨으로서 MFIV가 RV의 편의추정치임을 나타내고 있다. 그러나 R^2 통계치가 0.63으로 일정부분의 RV 정보를 가지고 있음을 알 수 있다.

전체적인 결과를 종합해 보면, 일원회귀분석의 경우에 MFIV 추정치의 R^2 통계치가 0.64로 BSIV와 HV의 R^2 통계치 0.59, 0.33보다 높기 때문에 RV의 추정에 보다 효율적이고, 결합회귀분석의 경우에도 MFIV가 포함된 분석의 R^2 통계치가

상대적으로 더 우월한 결과를 나타냄으로써 RV의 추정에 MFIV가 다른 변동성의 성과에 비해 더욱 효율적이라는 결과를 확인할 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 미래변동성의 추정을 위해 과거변동성 및 내재변동성의 성과를 비교하였다. 이전의 선행연구에서는 블랙-숄즈 내재변동성(BSIV)과 과거변동성(HV)의 효율성과 BSIV가 미래변동성(FV)의 불편추정치인가에 대한 많은 연구들이 진행되어 왔다. 일반적으로 BSIV가 FV에 대한 편의추정치이지만 HV 보다는 BSIV가 더욱 효율적이라는 결론을 내리고 있다. 그러나 BSIV의 정보범위에 관한 이전의 모든 연구들은 등가격의 내재변동성에 초점이 맞춰져 있었기 때문에 이런 연구들은 다른 옵션들이 가지고 있는 정보를 구체화하는데 실패했다.

본 연구는 독립적인 옵션가격모형의 대안적인 내재변동성 측정방법을 사용하여 옵션시장의 정보효율성에 대한 실험을 했다. Britten-Jones and Neuberger에 의해 도입된 MFIV는 내재분포에 관한 여러 가지 연구를 기초로 하여 전통적인 내재변동성 개념과는 다르게 그들의 내재변동성은 어떤 특정한 옵션가격 모형을 도입하지 않는다. 즉, 현재일과 미래일간 적분된 무위험 수익률분산이 만기일의 옵션가격으로 계산되는 것이다.

다시 말해서 고정된 행사가격을 이용해 시장에서 이용가능한 자료만으로 내재변동성을 도출해 냄으로써 발생하는 변동성 정보의 유실을 최대한 방지하기 위해서 행사가격 범위를 최대한 넓히고 결정된 행사가격 범위에 존재하는 모든 정보를 구체화 하기 위한 시도를 했다고 할 수 있다. 기초자산의 표준에러를 기준으로 행사가격 범위를 설정하고 설정된 이용가능한 행사가격 내에 포함되어 있는 모든 정보를 추출하기 위해서 행사가격을 이산화(discretization)하여 가능한 모든 정보가 변동성 추정에 포함되게 시도하였다. 따라서 옵션의 변동성을 옵션가격을 적분함으로써 수치화계산을 하였다. 변동성을 적분하기 위해서 행사가격 범위를 큐빅스프라인(cubic spline)을 이용한 보간(interpolation)으로 일반화했고 무한 행사가격 중 이용가능한 행사가격 범위를 넘어서 부분의 정보를 간과 혹은 축소하지 않기 위해서 외삽(extrapolation)함으로써 보다 많은 정보를 구체화할 수 있었다.

옵션변동성 추정에 대한 본 연구에서 기존의 BSIV의 연구보다 더욱 효율적인 결과를 산출할 수 있었던 것은 BSIV에서 이행되어왔던 등가격 중심의 변동성 추

정이 아니라 시장에서 이용가능한 모든 행사가격 내의 정보와 BSIV에서 간과했던 행사가격 내의 모든 정보를 수치화하여 계산할 수 있었다는 것이다. 따라서 MFIV의 정보가 BSIV 보다 더욱 폭넓고 효율적임을 확인할 수 있었다.

본 연구에서는 RV를 추정하기 위해서 MFIV와 BSIV 및 HV의 정보효율성을 비교 실험했다. RV는 미래변동성(FV)의 대용치(proxy)로서 옵션만기일 다음 주 수요일(현재일)을 기준으로 30일 동안의 기초자산인 KOSPI200지수의 30분 수익률의 표준편차이다. HV는 최근일의 변동성이 미래변동성에 대한 가장 밀접한 정보를 담고 있다는 마코브 프로세스(Markov process)를 가정하여 최근일 실현변동성을 과거변동성의 대용치(proxy)로 사용했다. 즉, 현재일 전일의 5분 지수 수익률 표준편차로 했다. MFIV는 RV와 마찬가지로 옵션 만기일 다음 주 수요일을 현재일로 하여 동일한 만기를 가진 옵션의 변동성 산출하기 위해서 일일 당 하나의 변동성표면(volatility surface)을 설정하여 각 만기별 또는 행사가격별 변동성을 산출하였다. BSIV는 변동성표면의 행사가격 중 등가격만 추출해서 사용하였다.

일원회귀분석에서는 귀무가설이 기각됨으로써 각 변동성들이 RV 예측의 편의 추정치임이 밝혀졌지만 RV의 정보 일부분은 설명할 수 있고, 특히 MFIV가 BSIV와 HV에 비해 더욱 효율적인 추정치라는 결론을 얻을 수 있었다.

결합회귀분석에서도 모든 귀무가설이 기각됨으로써 결합된 변동성들이 RV 예측의 불편추정치가 되지 못한다. 그러나 MFIV가 포함된 회귀분석에서는 MFIV의 계수가 유의적이고 BSIV와 HV의 결합회귀분석에서는 BSIV의 계수가 유의적이다. 따라서 각 변수들이 불편추정치는 아니지만 RV가 포함하고 있는 정보를 일정부분은 반영하고 있다고 할 수 있다. 그리고 MFIV가 포함된 회귀분석과 BSIV가 포함된 회귀분석을 비교해 보면 BSIV가 포함된 분석이 더 나은 결과를 도출하지 못하고 있다. 즉, MFIV가 BSIV와 HV보다 효율적인 변동성이라는 결과를 확인할 수 있었다.

본 연구의 목적은 옵션가격 결정에 변동성이 가장 중요한 요소가 됨에 따라 보다 효율적인 옵션변동성 추정 방법을 도출하기 위함이다. 기존의 BSIV는 기초자산 시장과 BS모형의 효율성을 모두 검증의 대상으로 하며, 내가격 및 외가격의 편의로 인해 등가격 중심의 변동성 측정에서 오는 정보 손실 및 오류 등의 문제점이 노출되어 있었다. BSIV와는 달리 MFIV는 확정된 모형 없이 다양한 행사가격 범위의 변동성을 수치화하여 계산해 냄으로써 보다 많은 정보를 확보하고 더욱 효율적인 변동성 추정에 기인했다고 할 수 있다.

참 고 문 헌

- 강태훈, 이종범, “KOSPI200 선물의 도입과 주식시장의 안전성 및 효율성”, 경제학연구, 제48집 제3호(2000), pp. 267-285.
- 권상수, “KOSPI200 옵션 내재변동성의 정보유용성에 관한 연구”, 성균관대학교 경영학과 박사학위 논문(2001).
- 문성주, “KOSPI200 주가지수옵션 미래변동성에 대한 내재변동성과 과거변동성의 정보내용”, 산업경제연구, 14-3(2001).
- 장국현, “한국 옵션시장의 변동성 예측과 예측성과 비교에 관한 연구”, 선물연구, 제9권 제1호(2001), pp. 51-79.
- 김솔, “옵션가격결정모형의 실증적 비교분석에 관한 연구”, 한국과학기술원 박사학위 논문(2004).
- 이재하, “KOSPI200 옵션시장에서의 변동성지수 산출 및 분석”, 증권학회지, 제35권, 2호(2006), pp. 109-138.
- Ait-Sahalia, Y., and A. W. Lo, 1998. "Nonparametric Estimation of State-price Densities Implicit in Financial Asset Prices," *Journal of finance*, 53, 499-547.
- Bates, D., 1991, "The crash of '87: Was it Expected? The Evidence from Options Markets," *Journal of Finance*, 46. 1009-1044.
- Britten-Jones, M., and A. Neuberger, 2000, "Option Price, Implied Price Processes, and Stochastic Volatility," *Journal of Finance*, 55, 839-866.
- Canina, L., and S. Figlewski, 1993, "The Informational Content of Implied Volatility," *Review of Financial Studies*, 6, 659-681.
- Christensen, B. J., and N. R. Prabhala, 1998, "The Relation between Implied and Realized Volatility," *Journal of Financial Economics*, 50, 125-150.
- Dumas, B., J. Fleming, and R. E. Whaley, 1998, "Implied Volatility Functions: Empirical Tests," *Journal of finance*, 53, 2059-2106.
- George J. Jiang and Yisong S. Tian, 2005, "The Model-Free Implied Volatility and Its Information Content," *The Review of Financial Studies*, 18-4, 1305-1342.

- Jackwerth, J. C., 1999, "Option-Implied Risk-Neutral Distributions and Implied Binomial Trees: A Literature Review," *Journal of Derivatives*, 6, 1-17.
- Jorion, P., 1995, "Predicting Volatility in the Foreign Exchange Market," *Journal of finance*, 50, 507-528.
- José M. Campa, P.H. Kevin Chang, Robert L. Reider, 1998, "Implied exchange rate distributions: evidence from OTC option markets," *Journal of International Money and Finance*, 17, 117-160.
- Linda Canina and Stephen Figlewski, 1993, "The Informational Content of Implied Volatility," *The Review fo Financial Studies*, 6-3, 659-681.
- Mark Britten-Jones and Anthony Neuberger, 2000, "Option Prices, Implied Price Processes, and Stochastic Volatility," *Journal of finance* 55, 839-866.